相対論的遠心力加速のメカニズム

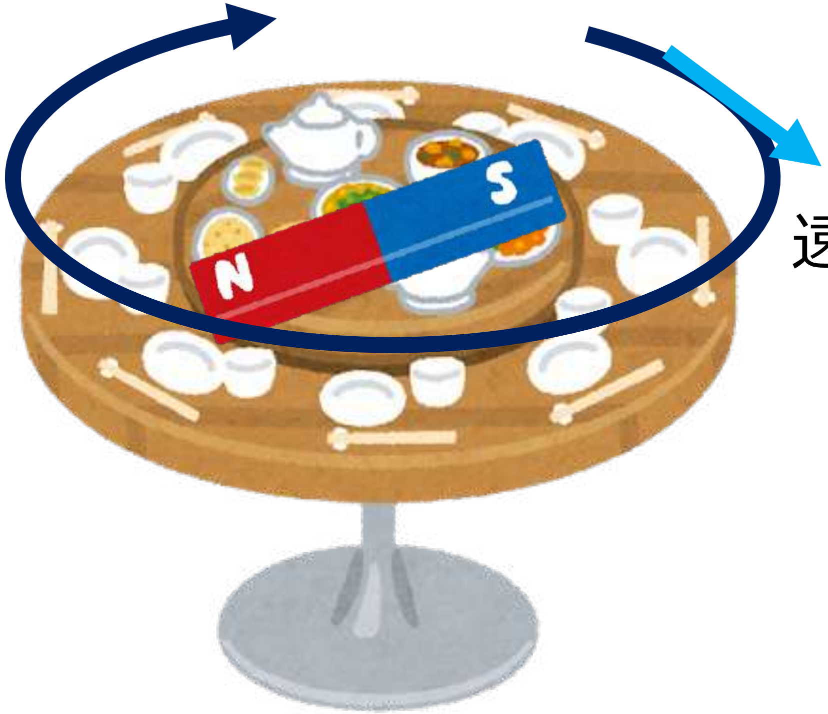
幻の加速機構

柴田晋平
(山形大学・理)

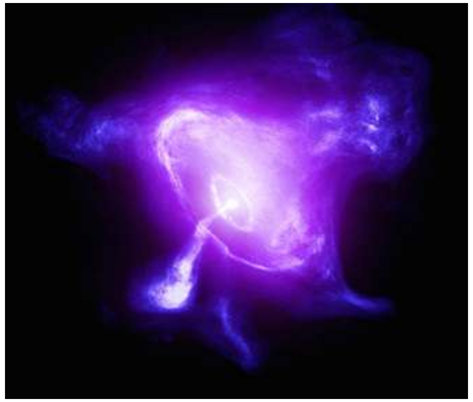
Introduction

遠心力加速というアイデア

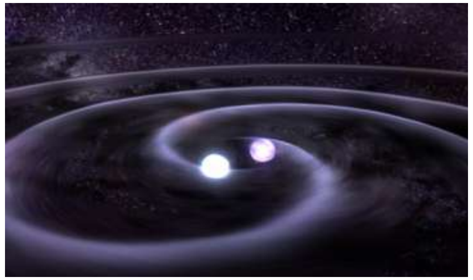
～とても期待されたアイデア～



候補となる現象



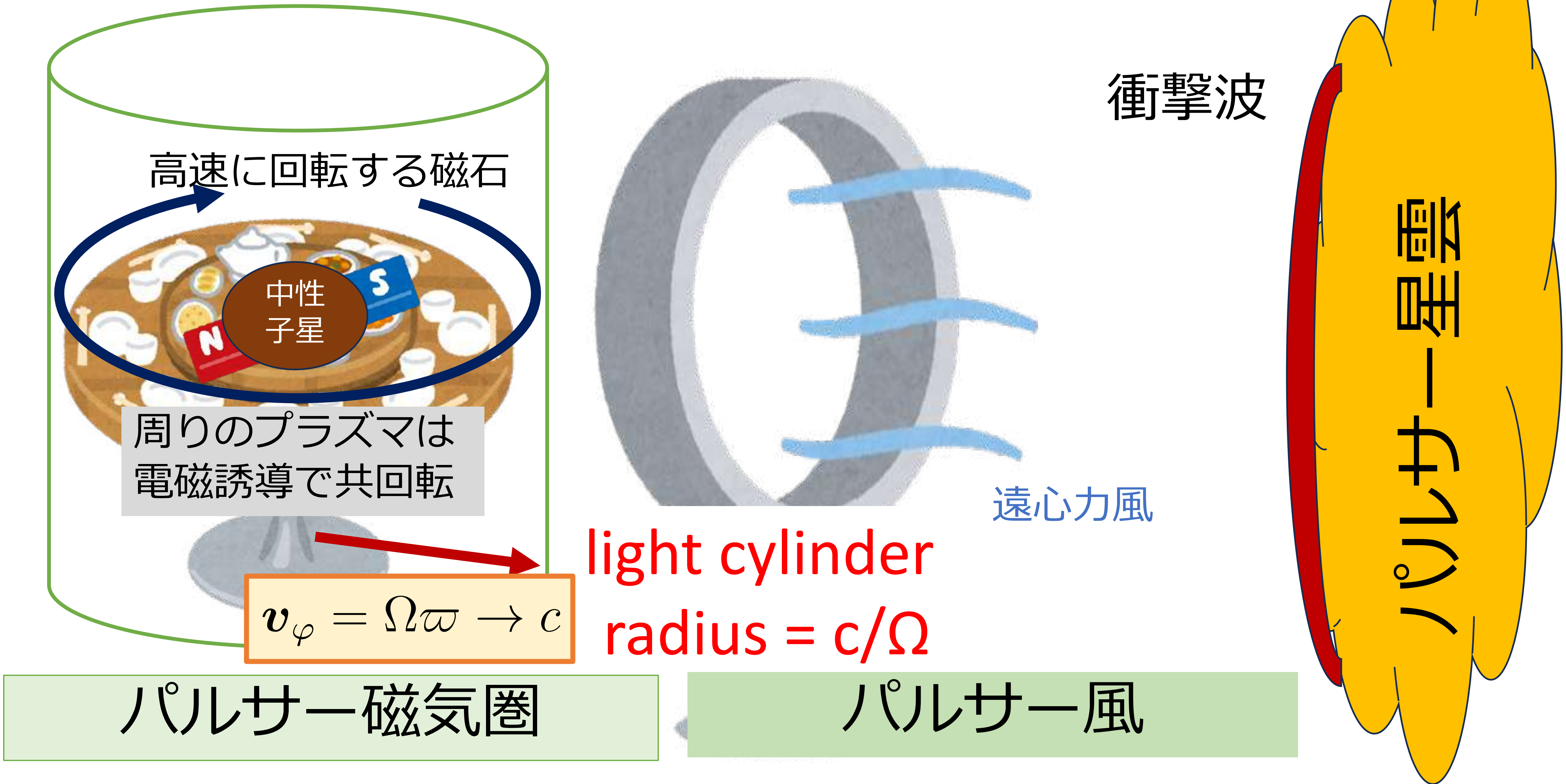
回転駆動型パルサー



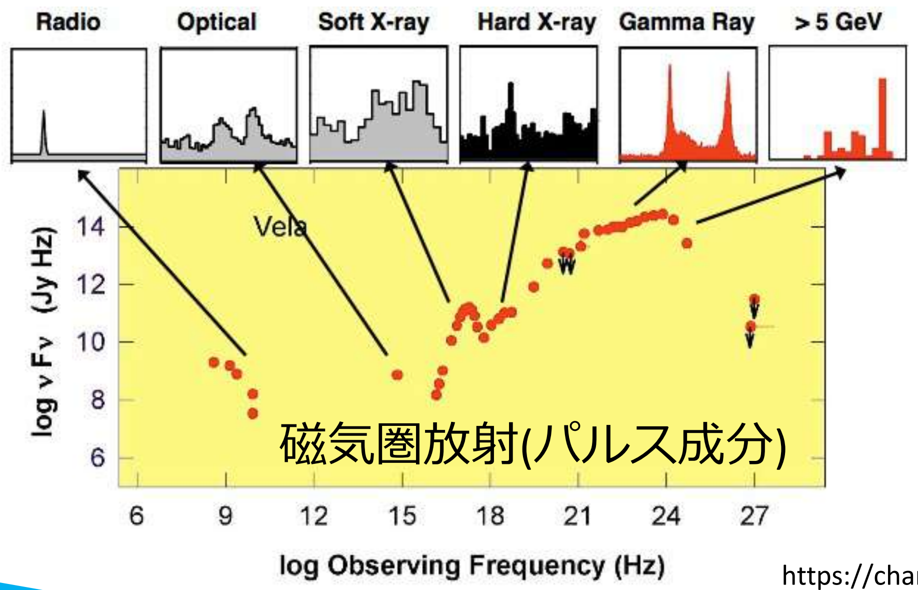
中性子星合体

AGN
Kerr BH or 降着円盤

回転駆動型パルサーの概観



パルサーによる粒子加速には二つの顔があるが
今日考えるのは電磁流体と見たときの遠心力加速という基礎的な問題



https://chandra.harvard.edu/press/23_releases/crabx_864.jpg

回転駆動型パルサーは高速自転する磁石で、電波からガンマまで広域で光っている。

加速には二つの顔がある

- 電磁誘導でプラズマを振り回して➔遠心力加速

プラズマ密度が高い場合

全領域で電磁流体力学が使える状態と仮定

今回はこちらの場合

- 起電力を使って➔沿磁力線電場E// 加速

プラズマ密度が低い場合

$$n_{gj} = \Omega B / 2\pi ce$$

Goldreich-Julian density

遠心力加速問題

光度 $L \sim \mu^2 \Omega^4 / c^3$

μ 磁気モーメント
Ω 自転角速度
c 光速

(振り回すという)
粒子加速が起こるか？　$\boldsymbol{\sigma}$ 問題

電磁場のエネルギー flux : EME
粒子のエネルギー flux : KE

$\boldsymbol{\sigma}$ = EME / KE

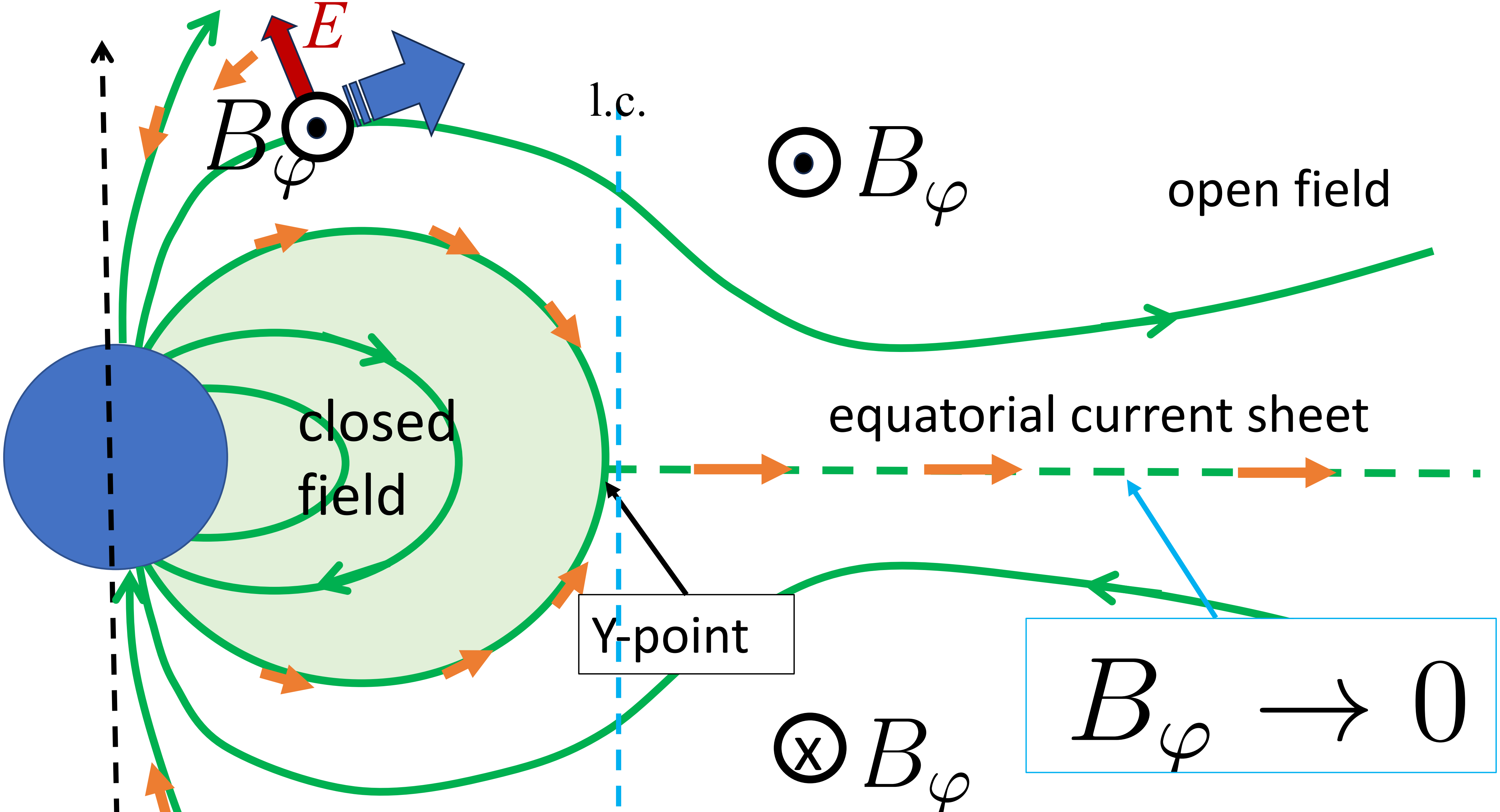
high sigma : Poynting energy dominant
low sigma: Kinetic energy dominant

実際には分布がある $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\theta})$

Model

- 相対論的な電磁流体力学で記述
- 中心にダイポール磁場：軸対象
- 定常問題

遠心力風を持つ磁気圏の大体の構造



相対論的遠心力風のMHD方程式の構造　軸対称定常の場合

運動方程式

質量保存

cold 近似

ideal-MHD

Maxwell eq.s

Note:
poloidal current function

$$I = \varpi B_\varphi$$

I=一定の線がpoloidal current の流線になる

field-aligned equations (代数方程式)

磁力線に沿った保存則とiso-rotation law

poloidal 磁場形状因子仮定： $B_p \varpi^2$

BC:磁場の根本の plasma injection 密度、速度

➔ trans-fast solution が唯一決まる

$I = \varpi B_\varphi$ も決まる。

trans-field equation (GS方程式)

$I = \varpi B_\varphi$ を与えて

ψ poloidal 磁場を決める方程式

stream function　に関する2階の偏微分方程式

Alfven surface でなめらかになるように $I = \varpi B_\varphi$ が決められる。

- パルサー発見後、これらの方程式系は非常に熱心に研究された。
  (e.g. Michel 1969; Goldreich and Julian 1970; Li and Melrose 1994; Begalman and Li 1994; Takahashi and Shibata 1998,... AGN jet のコンテンツでも注目された) field-aligned eq. + trans-field eq. を連立して解くのはハードルが高すぎて誰もできていない。

- 磁力線に沿った流れを解くと➔遠心力加速は起こらない
  (Poynting energy dominant wind になる)
  $\gamma_\infty = \sigma_0^{1/3}$. eg. if $\sigma_0 = 10^6$, γ_∞=100.

$$v_\varphi = \Omega_* \varpi + \kappa B_\varphi$$

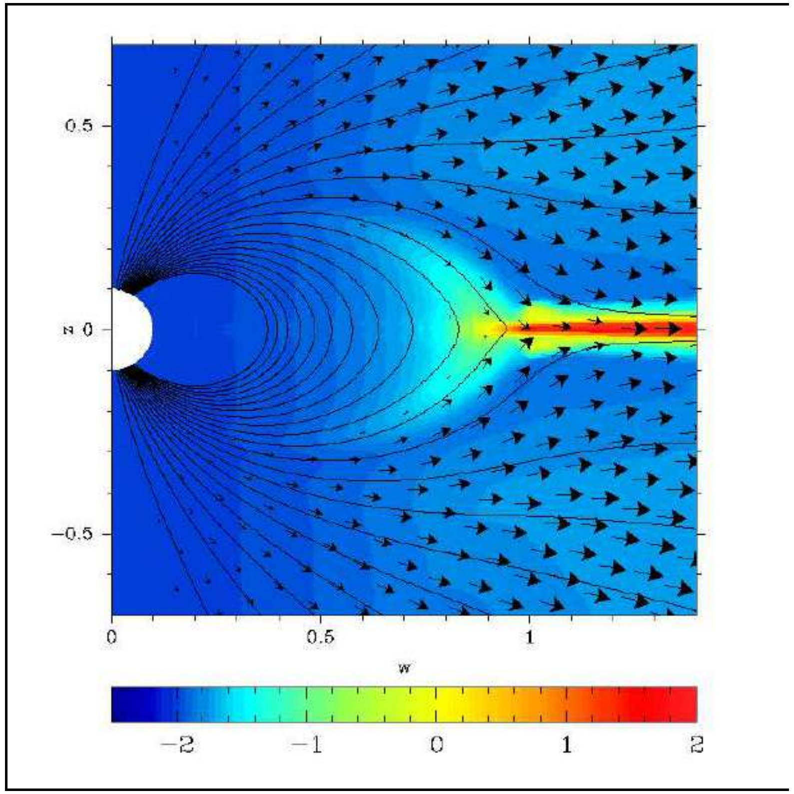
- ただし $B_p \varpi^2$ が減少する時、反比例して加速
  ➔AGN jetに応用

数値的に解いて解決できるか？
RMHD simulation から

open field line の流れでは遠心力加速は起こらないのは正しい

磁場が弱くなる Y-point , equatorial current sheet 近傍では遠心力加速が起こるようだ。
この領域は数値計算上いろいろ問題を起こす場所ではっきりしない。
加速の効率も決まらない。
➔ RMHDのアプローチは放置状態

磁力線と速度場、
流体のエネルギー/電磁場のエネルギーの図



Komisarov 2006

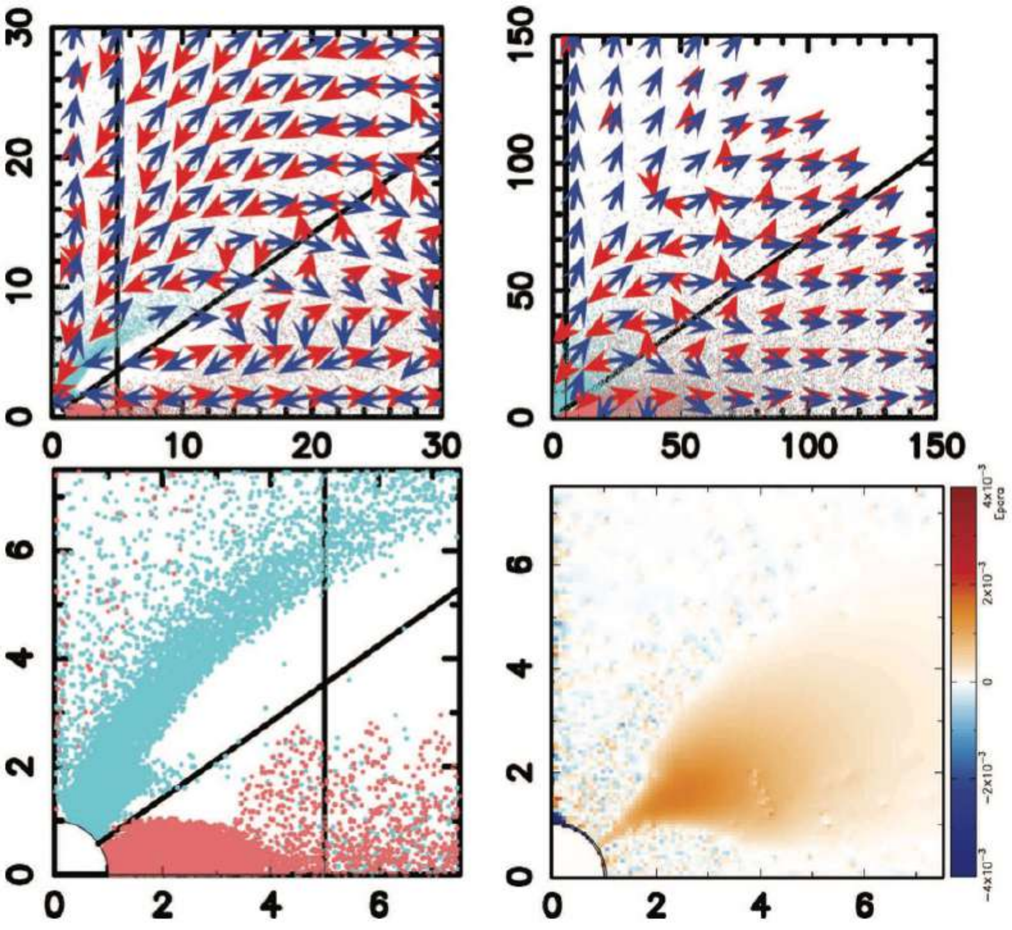
遠心力加速が起こる場所がある。
E>B の扱いが問題 (sRMHD simulationで結果が出ない)

では、Particle simulationでは (PIC simulation)

PICで磁気圏全体をsimulation？

Wada, T. & Shibata, S. 2007, mnras, 376, 1460. doi:10.1111/j.1365-2966.2007.11440.x

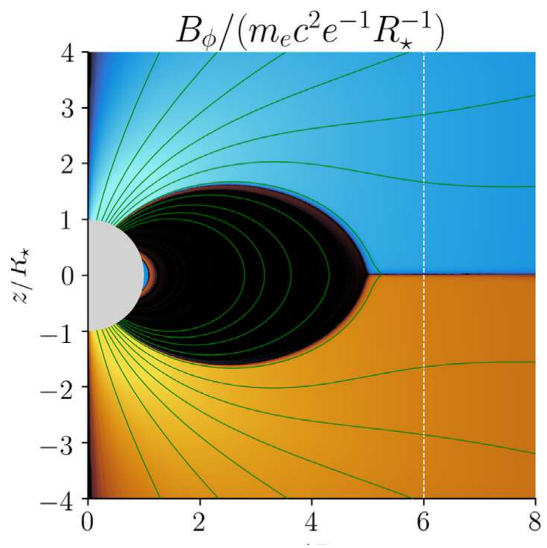
その後、雨後の筍のように盛んになった。



Wada and Shibata, 2007)

PIC simulation の例

Hu, R. ¥& Beloborodov, A.~M.¥ 2022, ¥apj, 939, 42.
doi:10.3847/1538-4357/ac961d



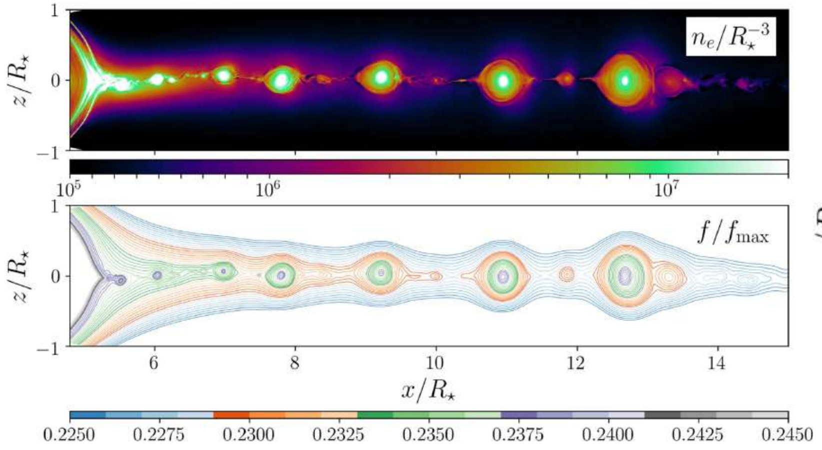


Figure 13. Plasmoids formed by magnetic reconnection in the equatorial outflow. The snapshot was taken at $t = 213.2\, R_\star/c$, at the end of the simulation. electron density n_e. Bottom: contours of the normalized magnetic flux function $f/f_{\max}$.

ejection of plasmoids

outer gap も再現

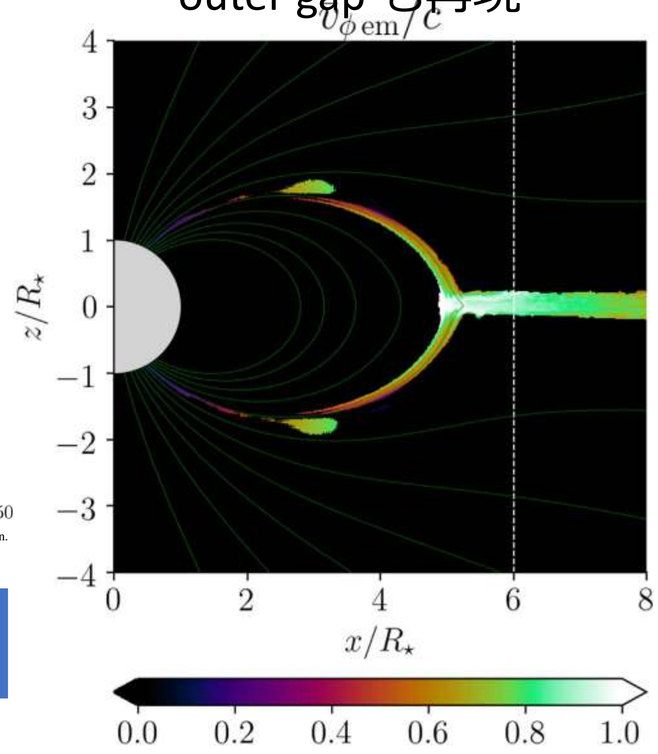


Figure 12. Average ϕ velocity of an emitted photon.

PICsimulation は author ごとに条件が異なるためいろいろな現象が起きて、はっきりしたことが何かわかったという状況ではない。Y-point 近傍で、プラズモイドの放出が広くみられたがなぜプラズモイドが出るか説明できない。

PICではE//加速も起きてプラズマ生成過程の仮定(setting)とも関わり複雑

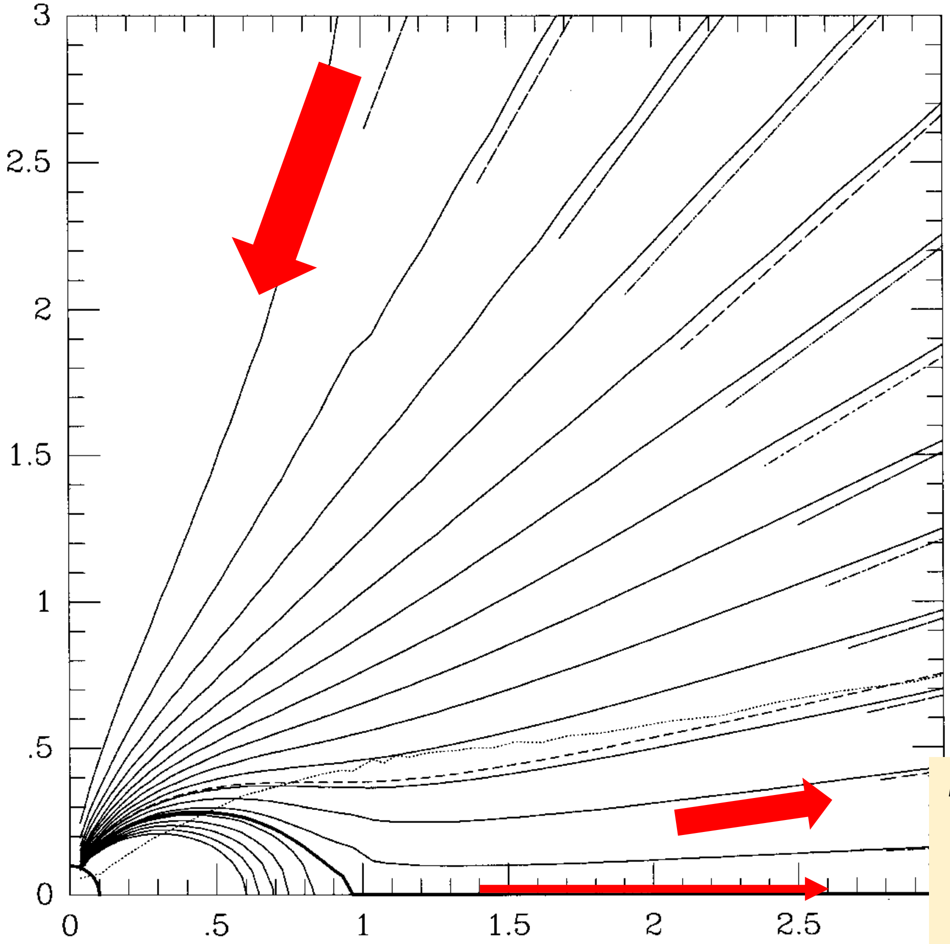
trans-field equation + 慣性無視 = pulsar equation (force free model)

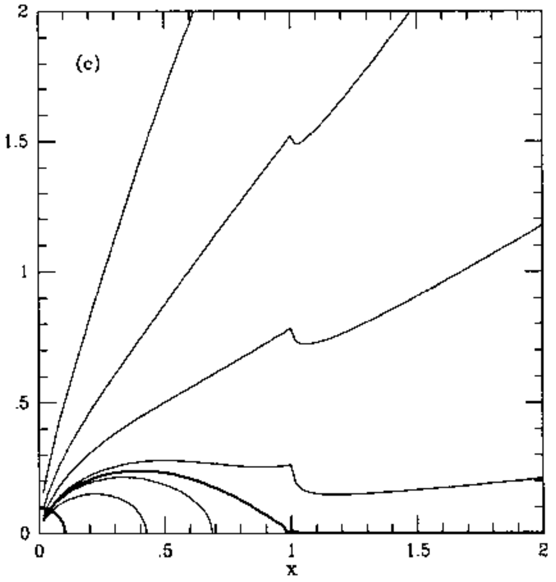
とても流行った

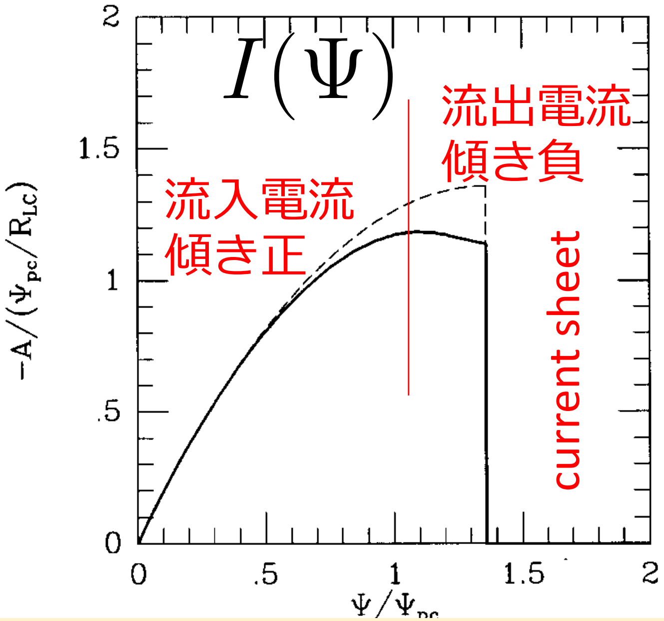
$$I = \varpi B_\varphi$$

を調整して Alfven surface でregular な解を得た、電流が不釣り合いで定常にならない。無限に薄い電流シートが必要(non-force free regionが必要)

Contopoulos, I., Kazanas, D., ¥& Fendt, C.¥ 1999, ¥apj, 511, 351

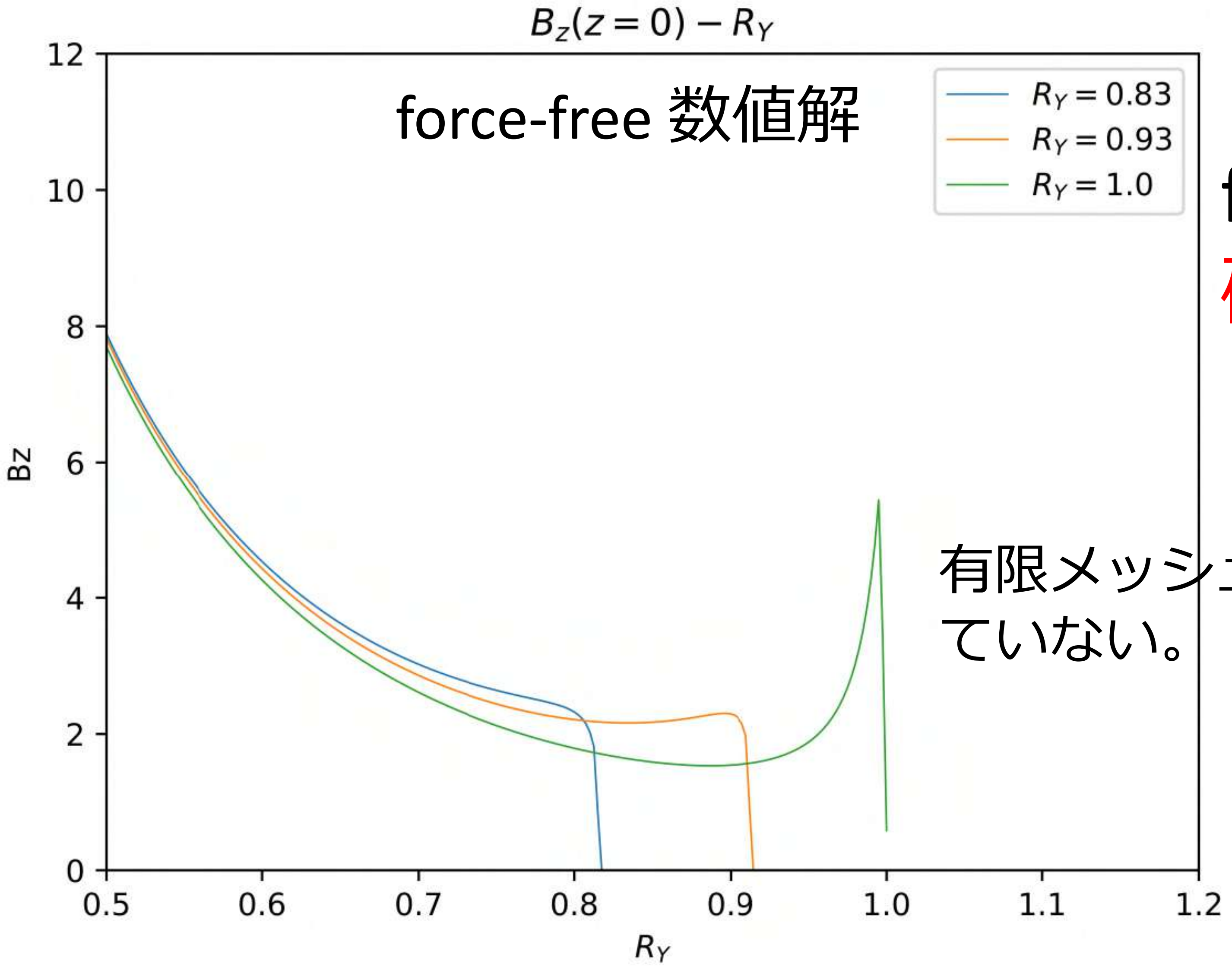






慣性無視なのに開いた磁力線ができる理由はない。

手で入れた。x_Y はフリーパラメータ



有限メッシュで分解できていない。

Contopoulos et al.(2024)

force-free modelでは
磁場が発散する

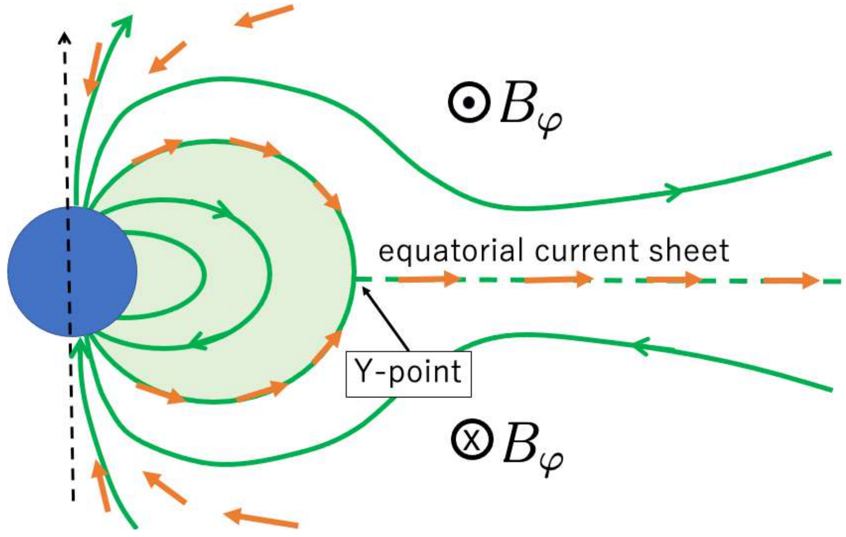
解決
Solution

本研究の結果

基本的アイデア(2023.12)

ideal-MHD ➔ iso-rotation law

$$v_\varphi = \Omega_* \varpi + \kappa B_\varphi$$



Y-point と薄い電流層の中では、toroidal 磁場が小さくなっていて

$$\boldsymbol{v}_\varphi = \Omega\varpi \to c$$

ローレンツ因子の発散

に近いことが起こっている。そのような流れの存在を示そう！
閉じた磁場を開く遠心力ドリフト電流の発生と、重くなった共回転プラズマの噴出が矛盾なく説明できることを示せる？
➔field-aligned eqs.を解く。

ideal-MHD が成立しているとして、
MHD　eq.の
field-aligned equations を解くことにする。

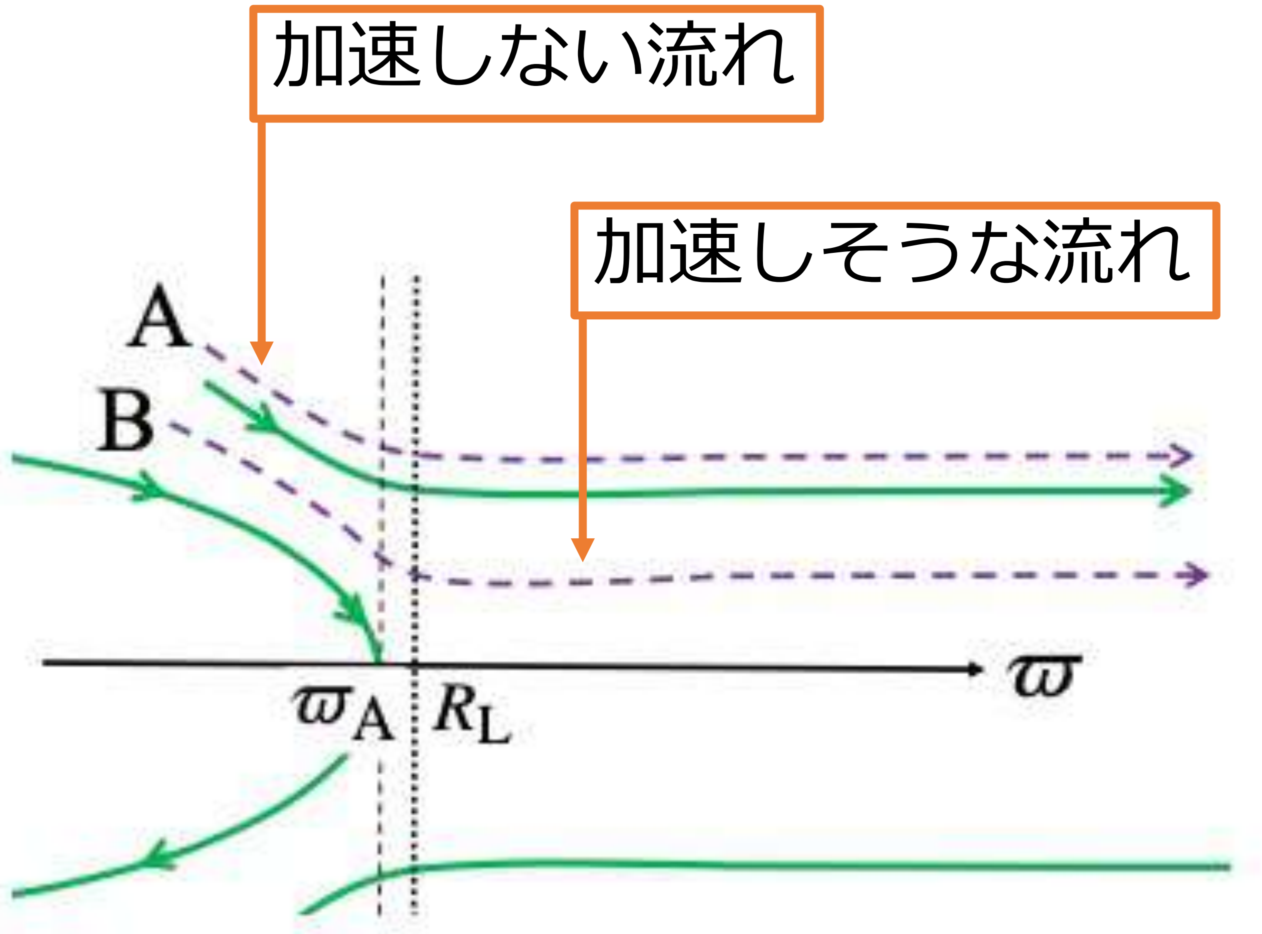
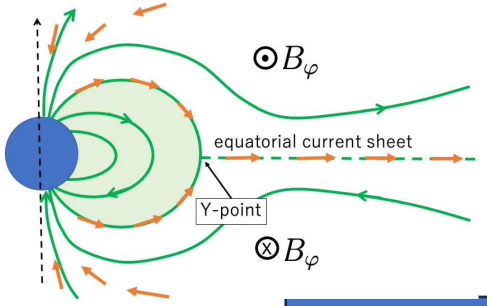


Figure 3. Two types of field-alined flows. The solid curves indicate the magnetic field lines. The dashed curves are field-aligned flows; Flow A locates outside of the current layer, while flow B runs inside the current layer. The ϖ-axis indicates the axial distance. The thin dashed line x_A is the Alvéen surface. The thin dotted line $\varpi = R_L$ is the ligh cylinder.

Flow A
と
Flow B
を考える

field-agigned equation



$$
\begin{aligned}
N\kappa &= g(\psi) = \text{const.}\ \text{質量保存} && (4.18.96)\\
\boldsymbol{v}_p = \kappa \boldsymbol{B}_p, \quad \kappa &= \frac{v_p}{B_p} = \text{定義} && (4.18.97)\\
m\gamma\varpi v_\varphi - \frac{I}{4\pi g(\psi)} &= \ell(\psi) = \text{const.}\ \text{角運動量保存} && (4.18.98)\\
mc^2\gamma - \frac{\Omega(\psi) I}{4\pi g(\psi)} &= \epsilon(\psi) = \text{const.}\ \text{エネルギー保存} && (4.18.99)\\
(1 - (v_\varphi^2 + v_p^2)/c^2)^{-1/2} &= \gamma\ \text{定義} && (4.18.100)\\
\Omega(\psi)\varpi + \kappa I/\varpi &= v_\varphi\ \text{iso-rotation} && (4.18.101)
\end{aligned}
$$

Bernoulli function

$$
\left(\frac{\epsilon(\xi, v)}{mc^2}\right)^2 = \frac{(1+u_\mathrm{p}^2)}{(1-\lambda)^2} \frac{[1-\lambda\xi^2-(1-\lambda)v\xi^2]^2}{(1-v\xi^2)^2-\lambda\xi^2(1-v)^2},
$$

$$
\xi = \varpi/\varpi_\mathrm{A} \qquad v = u_\mathrm{p}/u_\mathrm{A} \qquad u_\mathrm{p} = \frac{1-\lambda}{\lambda}\sigma v,
$$

$\epsilon(\xi, v)$ =constant が解曲線

(磁力線一本一本について)

Bernoulli function のパラメータ二つ

$$\lambda = \frac{\Omega(\psi)\ell(\psi)}{\epsilon(\psi)},$$

これは遠心力風ではほとんど1で境界条件、特に、plasmaのinjection条件に関係

critical condition と境界条件で決める量

and

$$\sigma = \frac{\Omega(\psi)^2 B_{\mathrm{p}}\varpi^2}{4\pi m c^3 g(\psi)}.$$

flowの性質をきめる唯一のパラメータはこれだけ！

磁気圏の磁場のエネルギー密度と
プラズマのエネルギー密度の比

poloidal 磁場の
パラメータ(幾何因子)

$$\sigma = \sigma_0 \hat{B},$$

$$\sigma_0 = \frac{B_L}{4\pi m c g(\psi)} = \gamma_{\max} \left(\frac{v_{\rm p}/c}{2\mathcal{M}}\right)_{\rm inj} \left(\frac{\Omega_*}{\Omega(\psi)}\right) \approx \frac{\gamma_{\max}}{\mathcal{M}_{\rm inj}},$$

今回は10^7

10^3

$$\hat{B} = \frac{B_p \varpi^2}{B_L R_L^2},$$

遠心力加速がないradial flow だと 1で一定
Y-point に侵入すると小さくなる

B hat の変化でさまざまな流れの性質が変わる

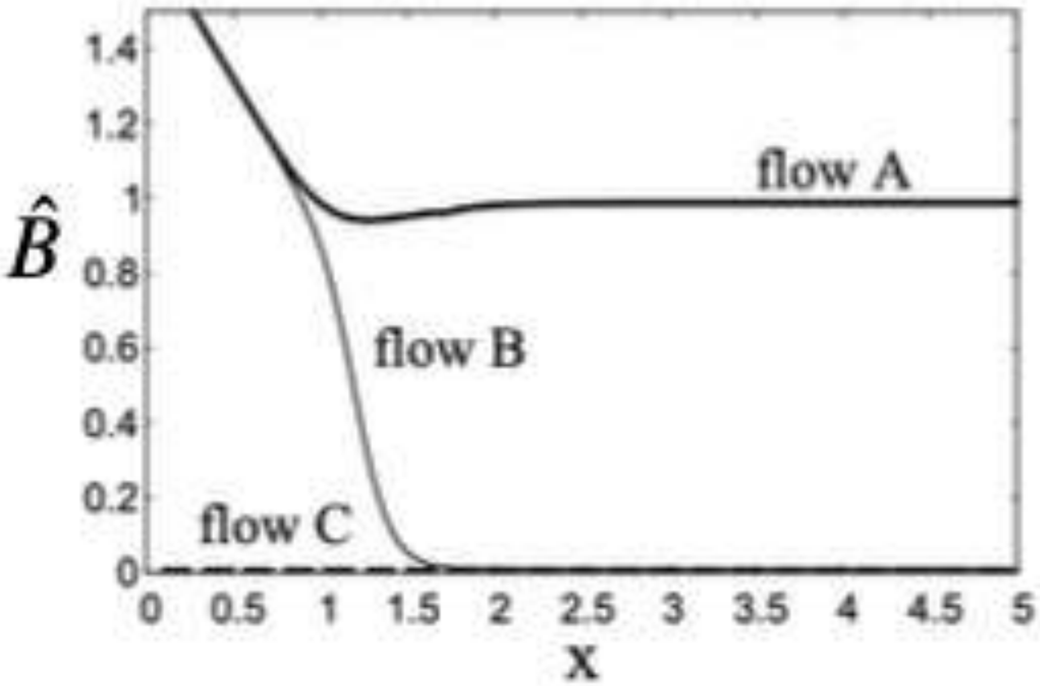


Figure 5. Models of $\hat{B}(x) \propto B_p \varpi^2$ for the flow A, B and C.

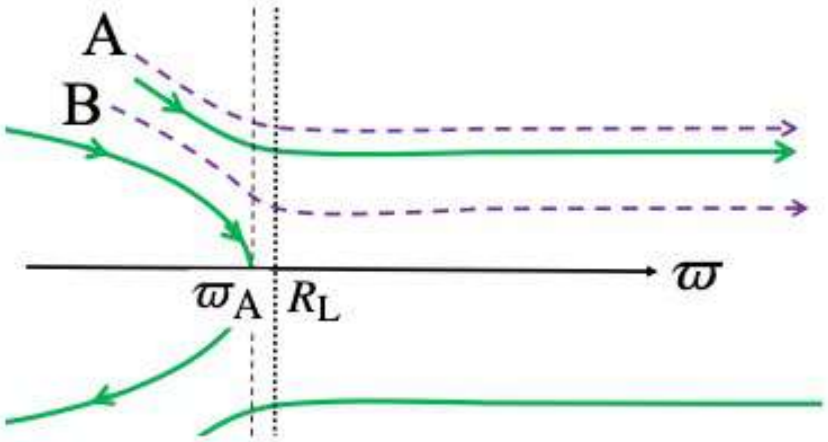
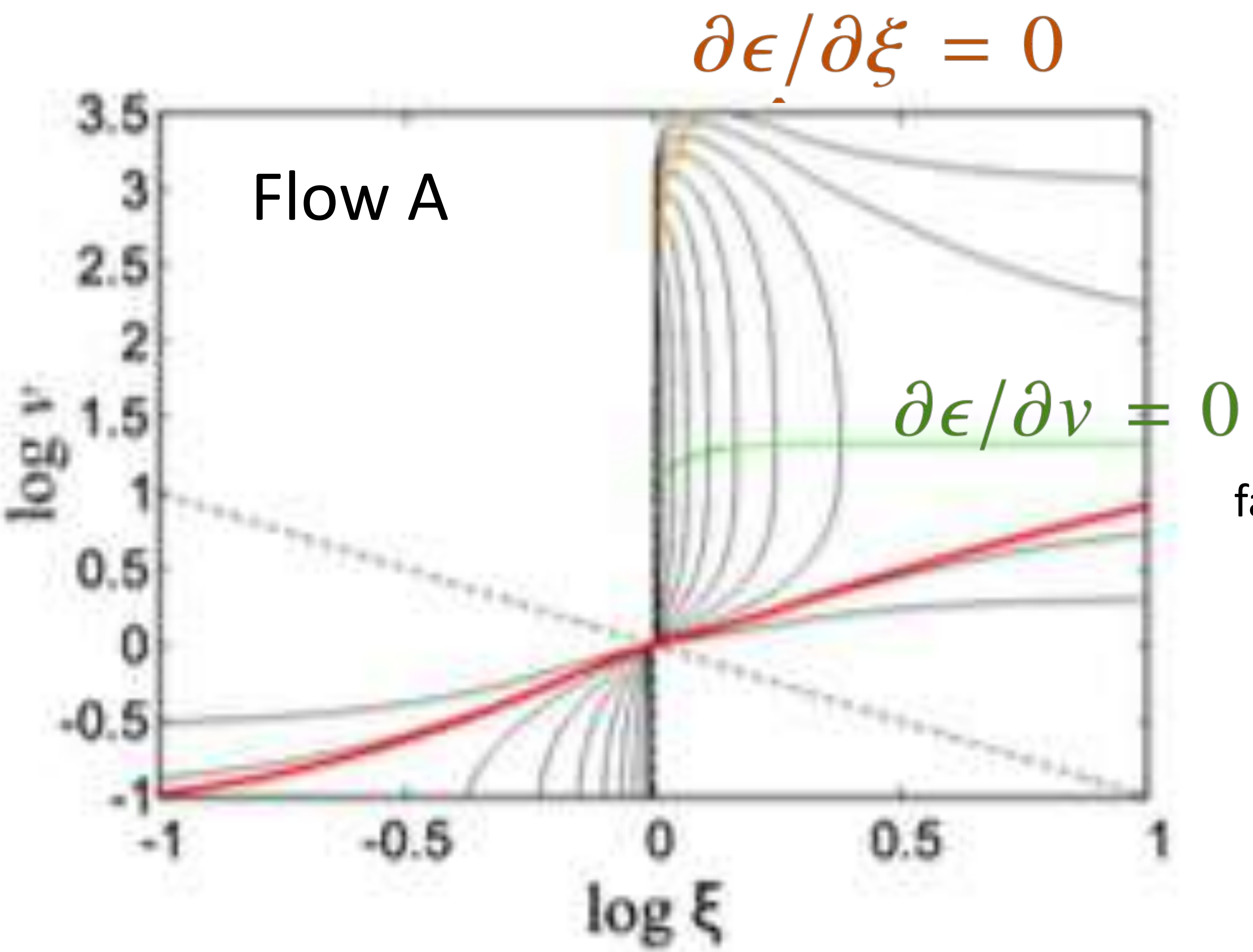


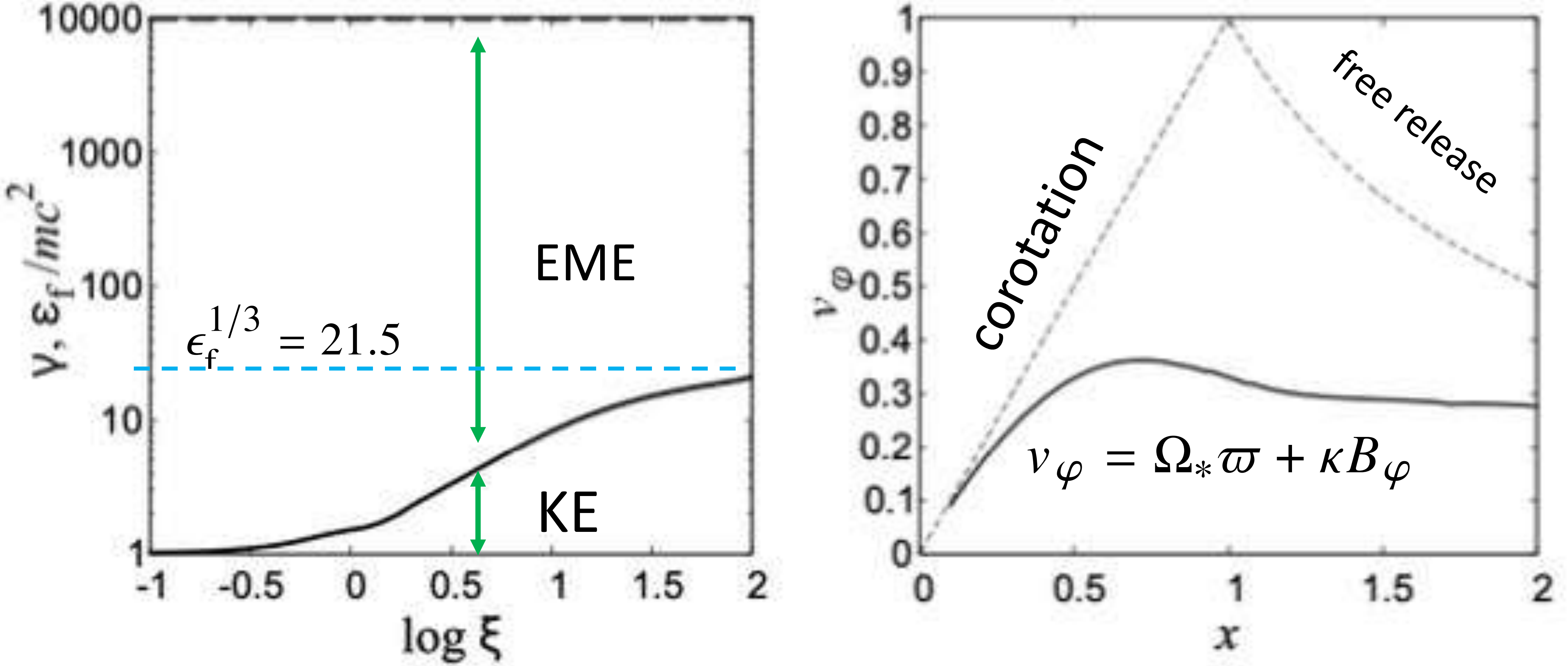
Figure 3. Two types of field-alined flows. The solid curves indicate the magnetic field lines. The dashed curves are field-aligned flows; Flow A locates outside of the current layer, while flow B runs inside the current layer. The ϖ-axis indicates the axial distance. The thin dashed line x_A is the Alvéen surface. The thin dotted line $\varpi = R_L$ is the ligh cylinder.



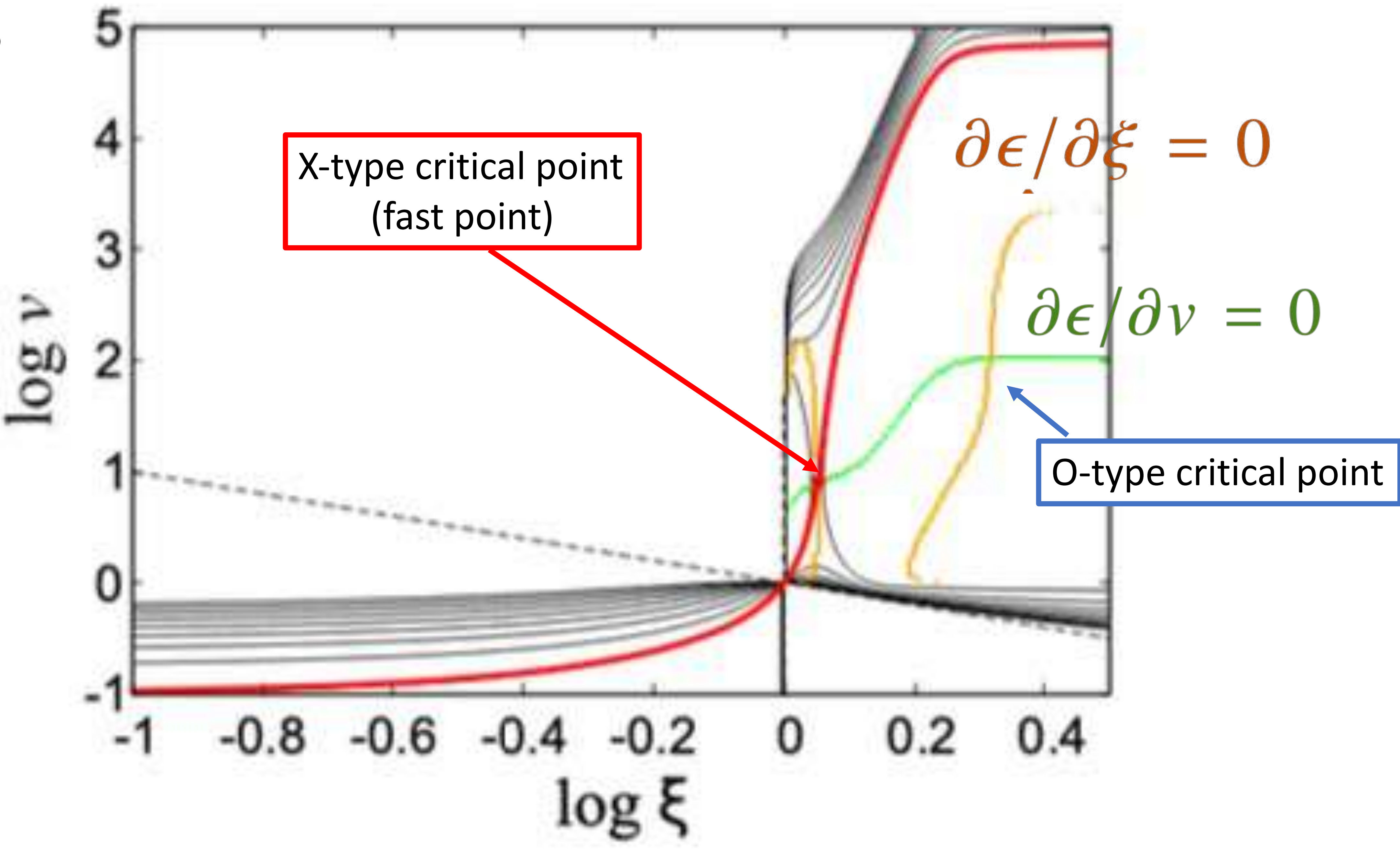
fast-point は無限遠

Flow A

$$mc^2\gamma - \frac{\Omega(\psi)I}{4\pi g(\psi)} = \epsilon(\psi)$$



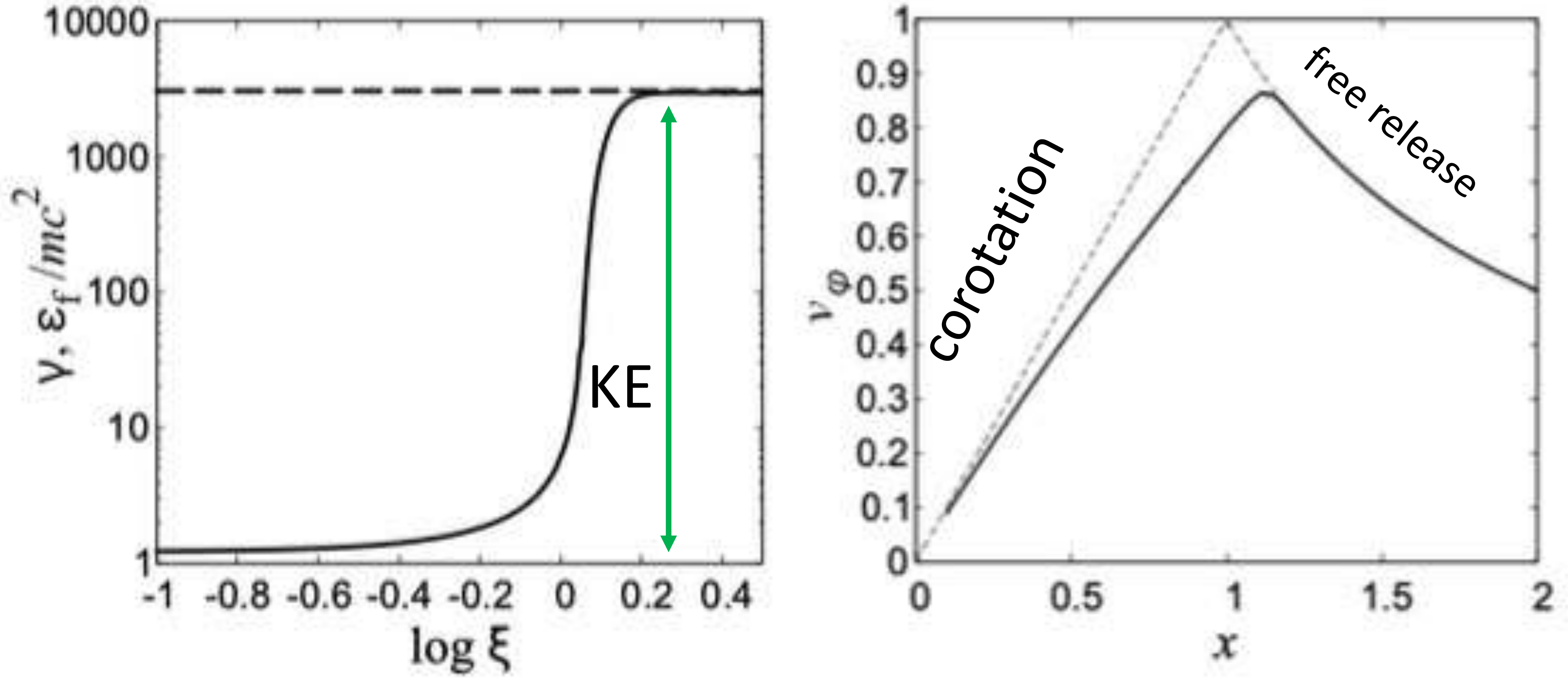
Flow B



X-type critical point
(fast point)
$\partial\epsilon/\partial\xi = 0$
$\partial\epsilon/\partial v = 0$
O-type critical point
log v
log ξ
5
4
3
2
1
0
-1
-1
-0.8
-0.6
-0.4
-0.2
0
0.2
0.4

Flow B

$\sigma_0 \sim \gamma_{max}/M \sim \gamma$ まで加速



磁場は開けるか？

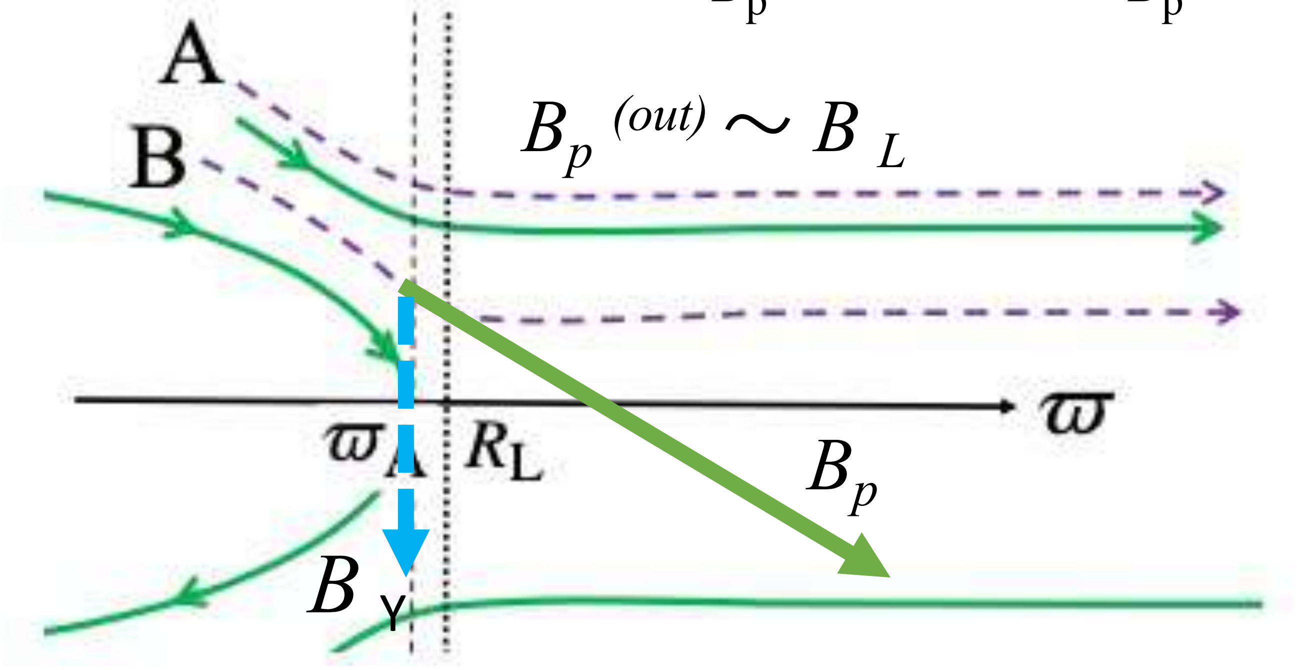
前のスライドの式
どのくらいローレンツ因子が上がれば良いか？

$$\gamma_c \approx \frac{(B_{\rm p}^{\rm out})^2}{4\pi n m c^2}\frac{R_{\rm Y}}{\Delta}\frac{B_{\rm Y}}{B_{\rm p}^{\rm (out)}} = \frac{\gamma_{\rm max}}{2\mathcal{M}}\frac{R_{\rm Y}}{\Delta}\frac{B_{\rm Y}}{B_{\rm p}^{\rm (out)}}$$

$$v_{\rm d} = c\frac{\boldsymbol{F}\times\boldsymbol{B}}{\pm e B^2} \approx \pm\frac{\gamma m c^2}{e B_{\rm Y} R_{\rm Y}} c\, \boldsymbol{e}_{\varphi},$$

$$v_{\pm} = \pm(c/e)(\gamma m v_{\varphi}^2/R_{\rm Y} B_{\rm Y})$$

$$\frac{\Delta}{R_{\rm Y}} = \frac{(v_{\rm p}/c)}{(v_{\varphi}/c)^2}\frac{\sigma_0}{\gamma}\frac{B_{\rm Y}}{B_{\rm p}}\frac{B_{\rm p}^{\rm out}}{B_{\rm L}},$$

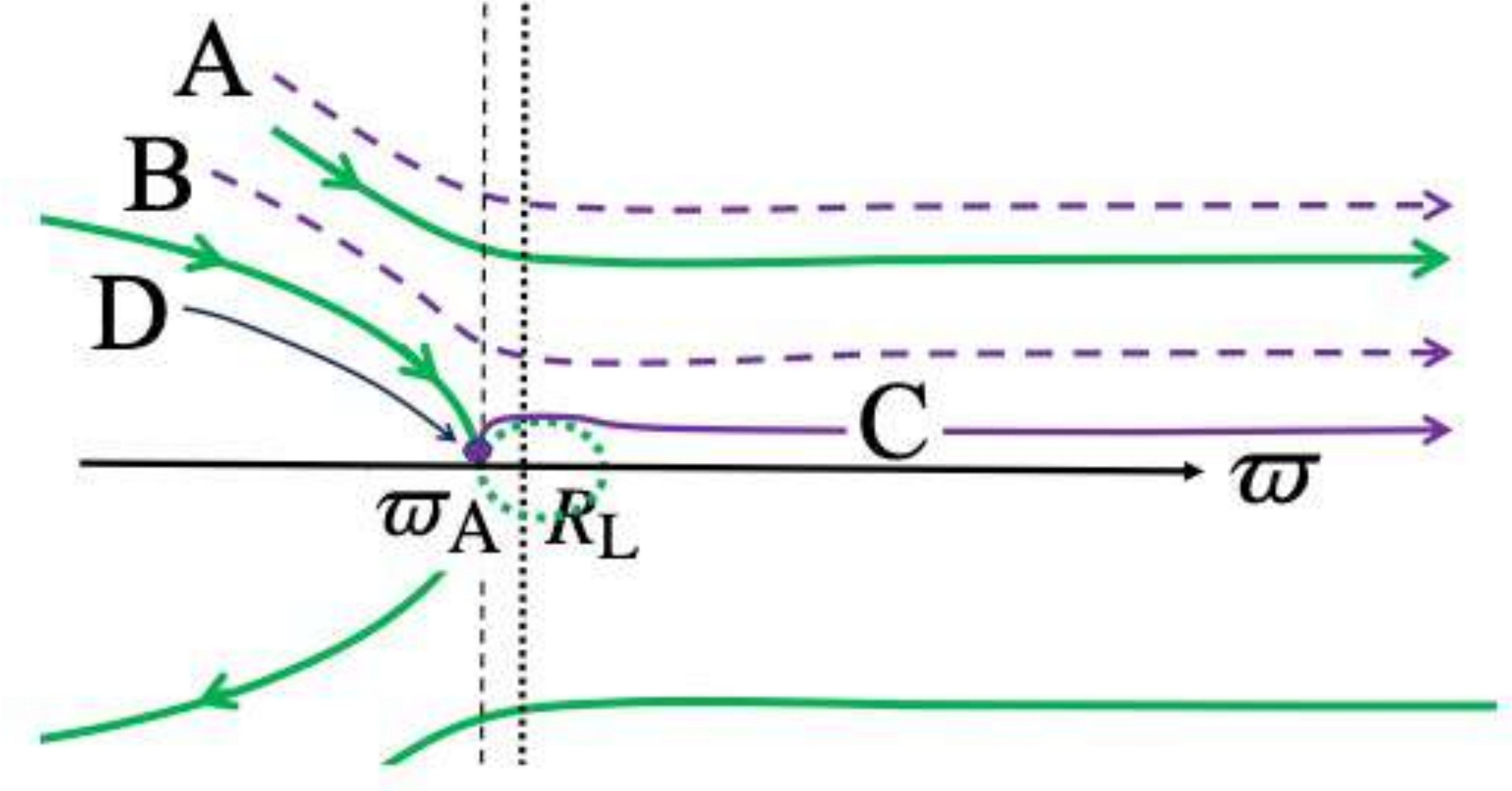


磁場が減って加速したけど密度も下がる

$$n v_{\rm p}/B_{\rm p} = g(\psi)$$

磁場は開けない

flow 中の密度減少を防ぐには、Y-point でinjectすればよいだろう



B hat の変化でさまざまな流れの性質が変わる

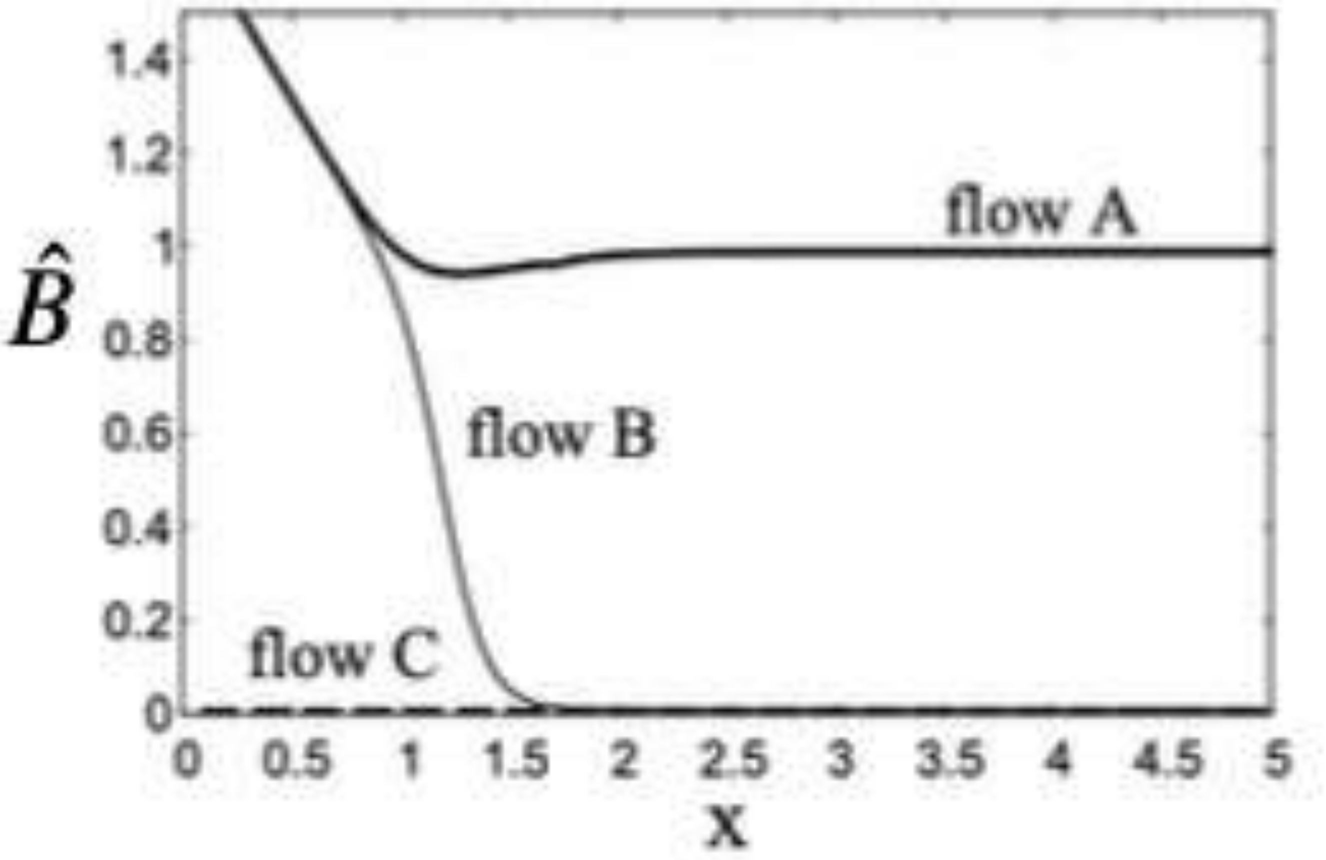


Figure 5. Models of $\hat{B}(x) \propto B_p \varpi^2$ for the flow A, B and C.

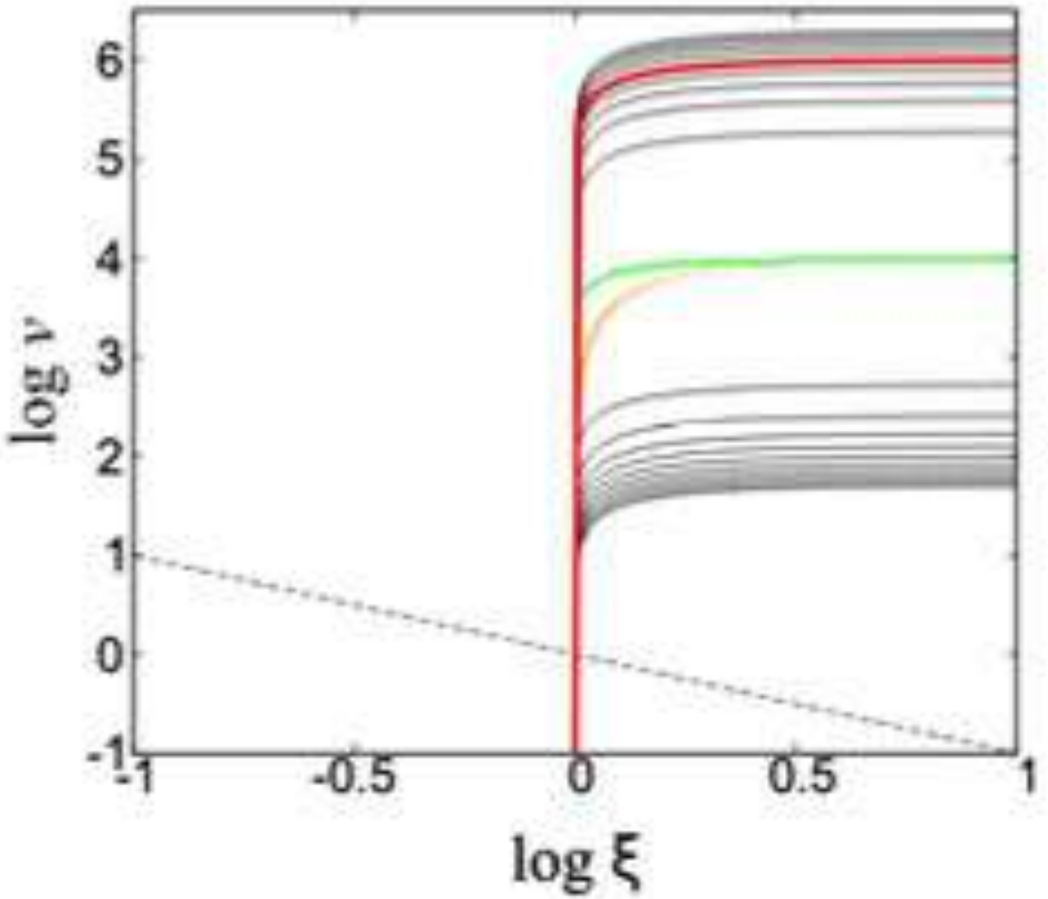
Flow C $\sigma_0 = 100$, and $\hat{B}_c = 0.01$

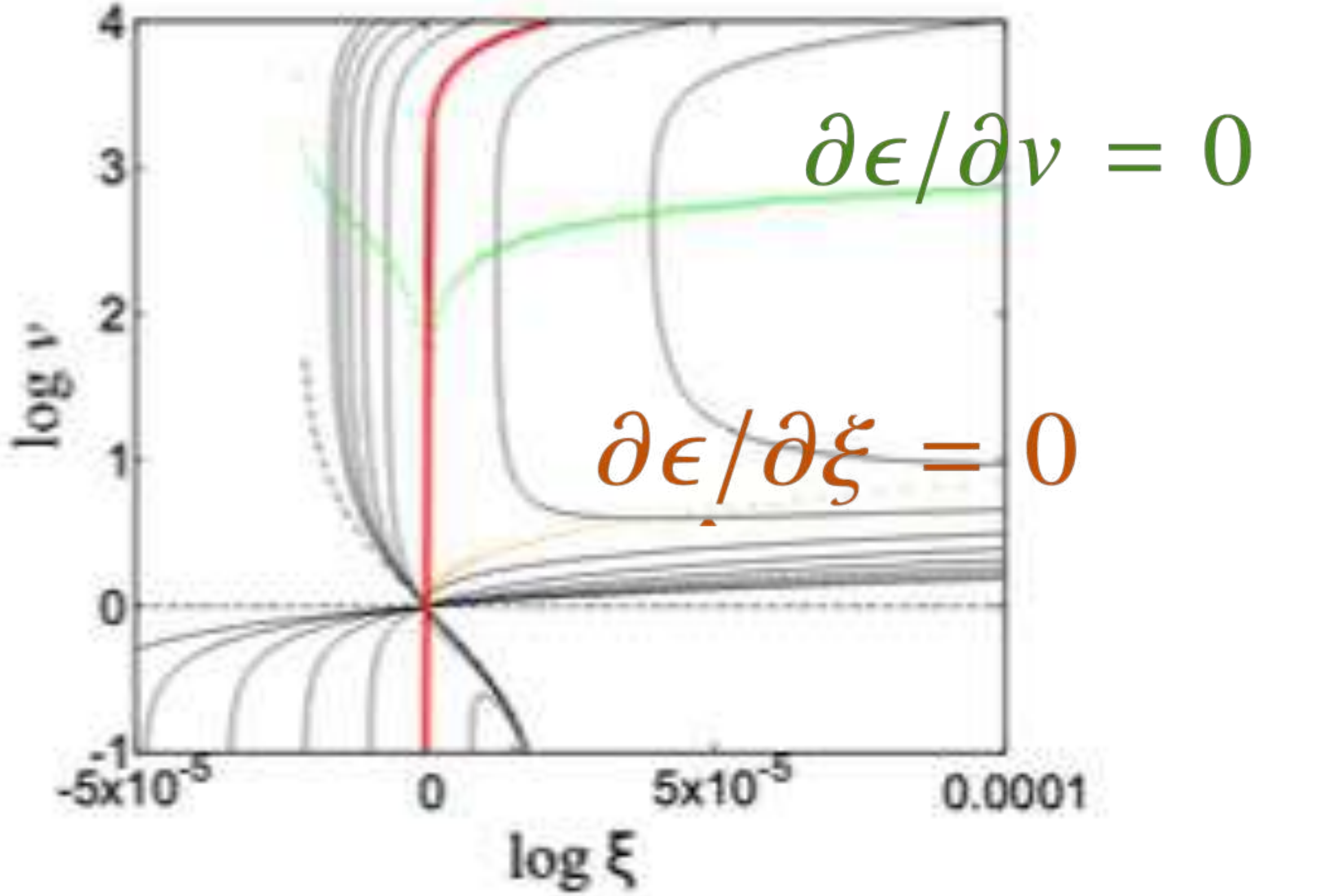
$\approx \frac{\gamma_{\max}}{\mathcal{M}_{\mathrm{inj}}}$

fast point がAlfven point に漸近

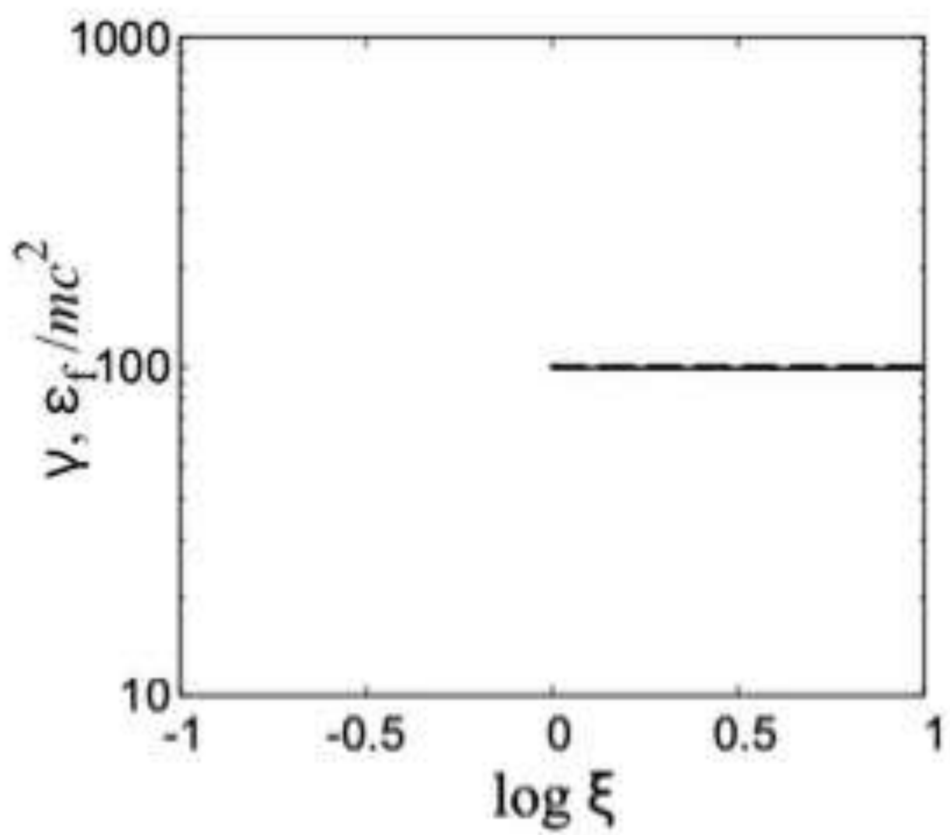
cf. Takahashi 1991

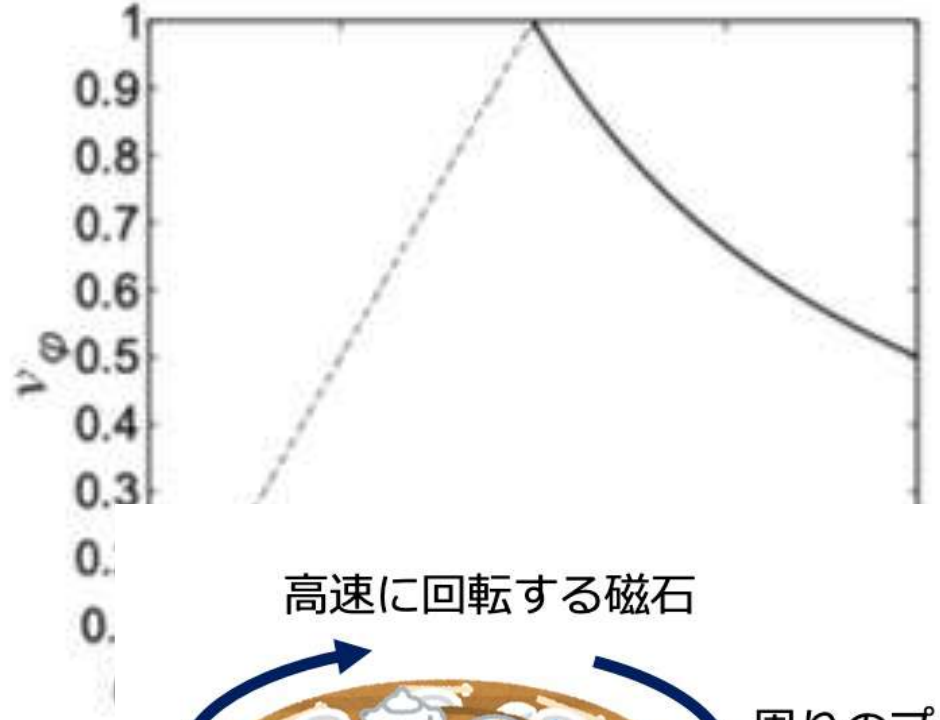
AGN disc wind の文脈で

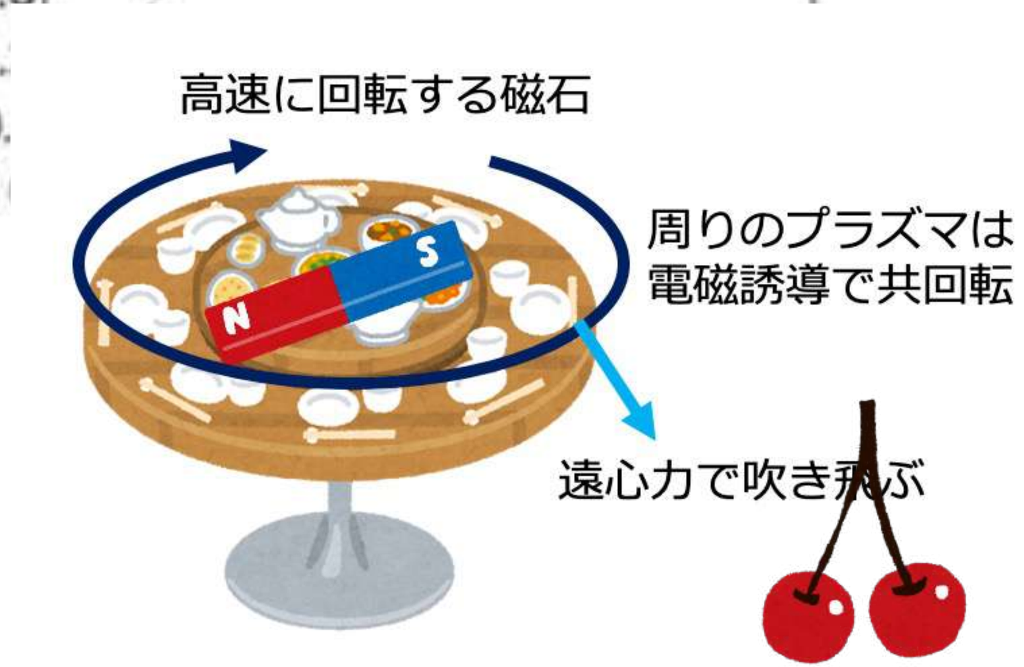




ローレンツ因子の大きな共回転プラズマが注入され、そのまま流出する解



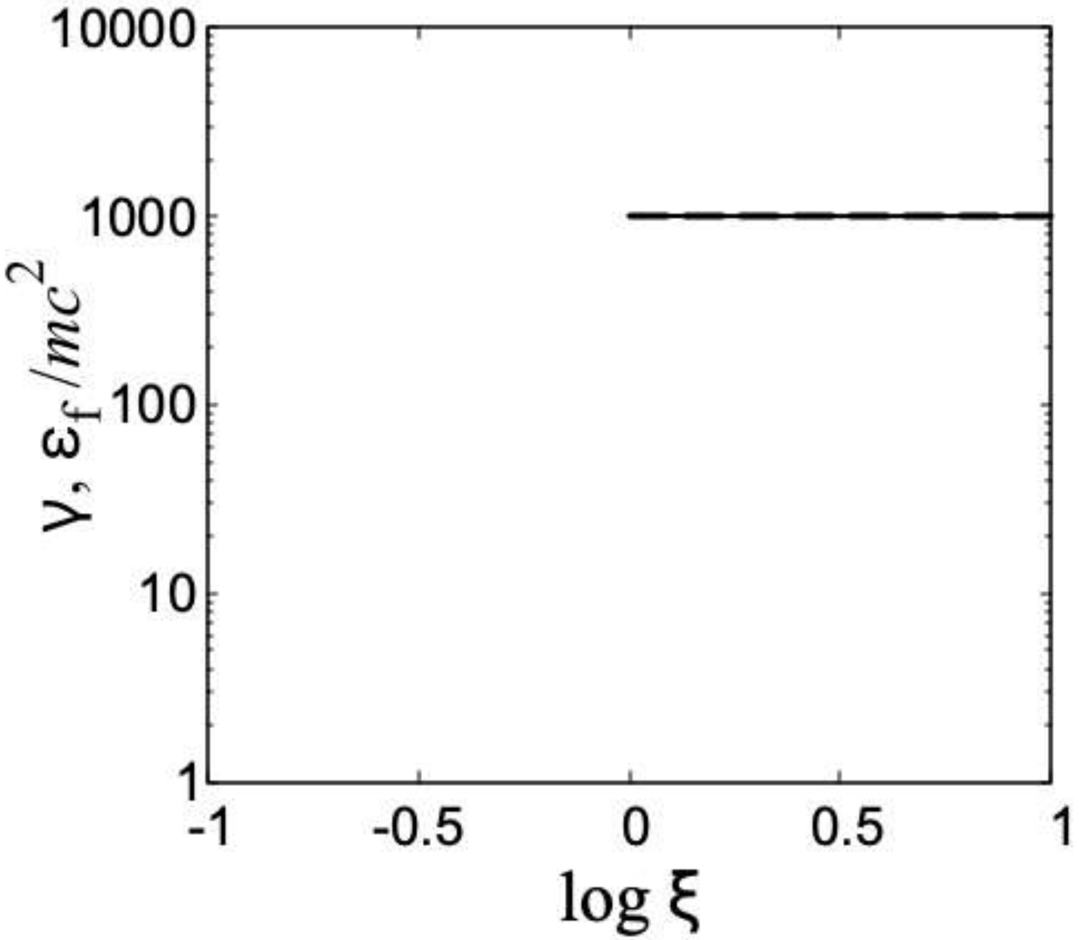


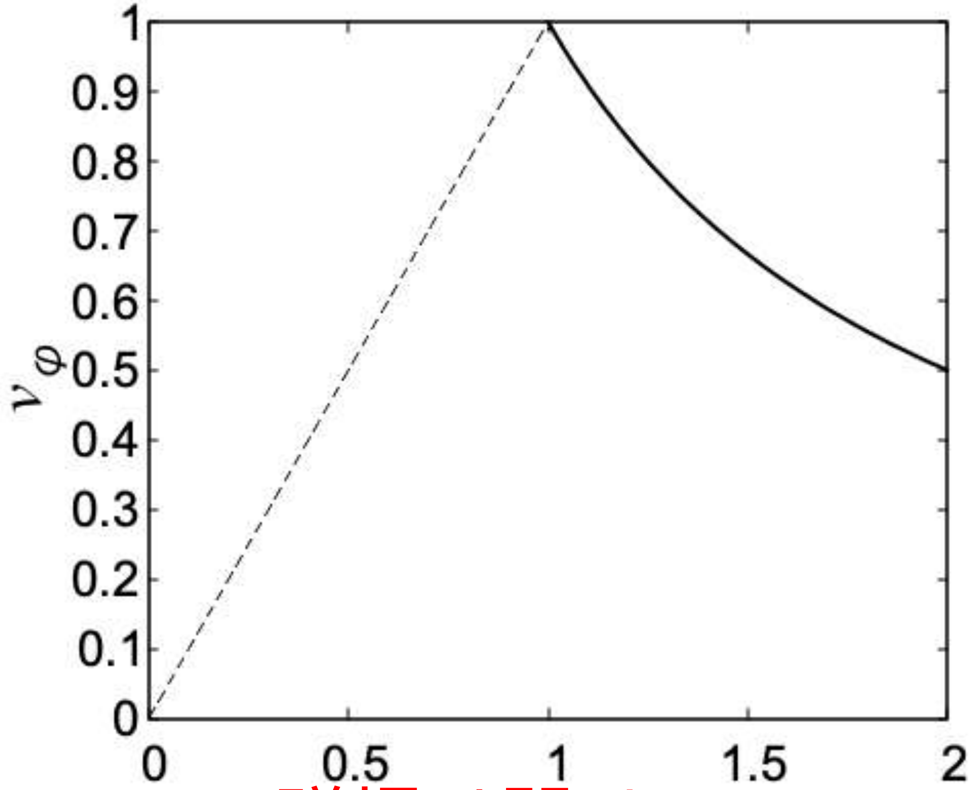


ローレンツ因子は自由に選べる

$$\gamma = (1 - \lambda)^{-1/2}$$

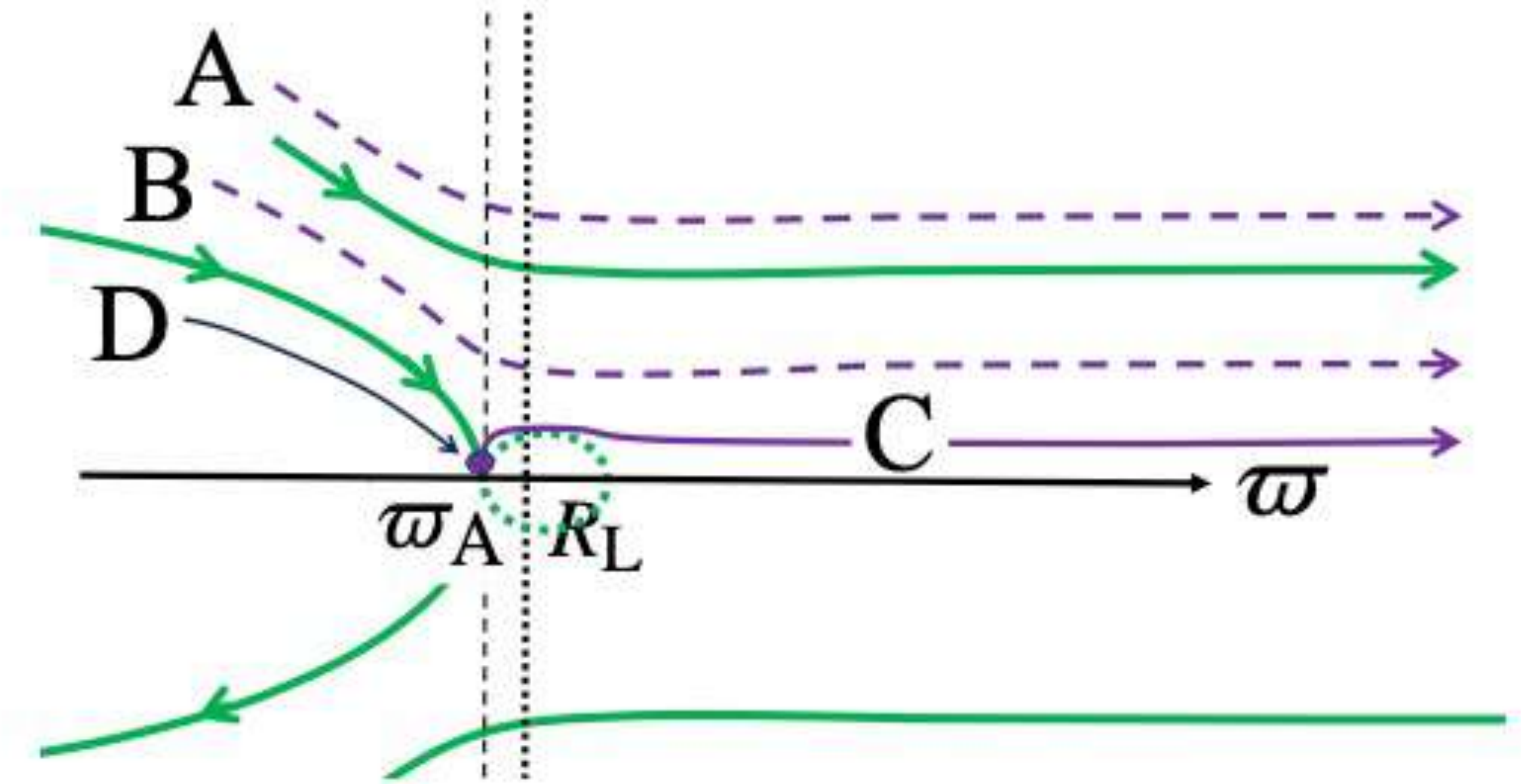
1-λ = 10 ^-6^ の場合





磁場は開ける

$$\frac{\Delta}{R_{\rm Y}} = \frac{(v_{\rm p}/c)}{(v_\varphi/c)^2}\,\frac{\sigma_0}{\gamma}\,\frac{B_{\rm Y}}{B_{\rm p}}\,\frac{B_{\rm p}^{\rm out}}{B_{\rm L}}.$$



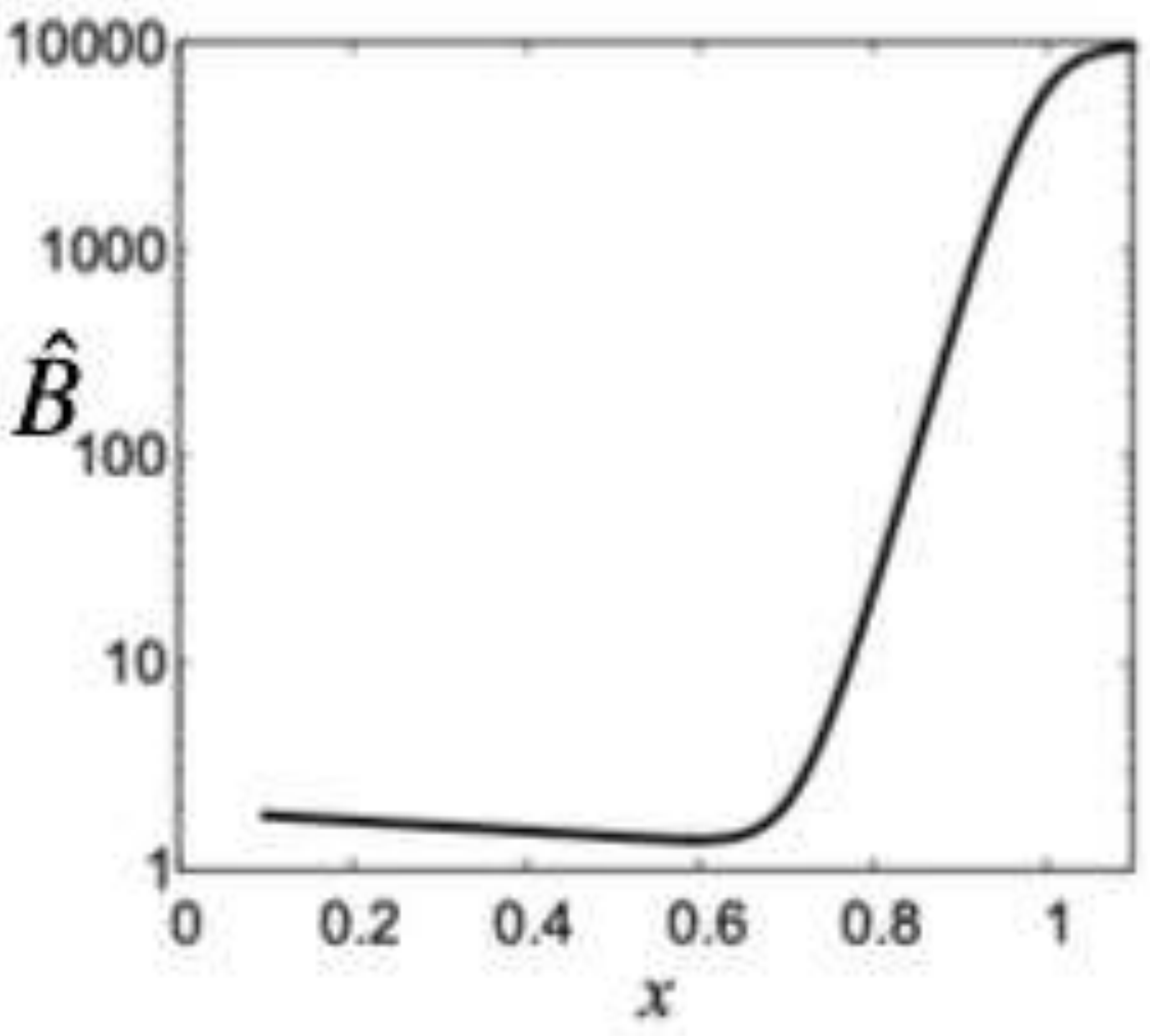
closed loop top で起こっていること

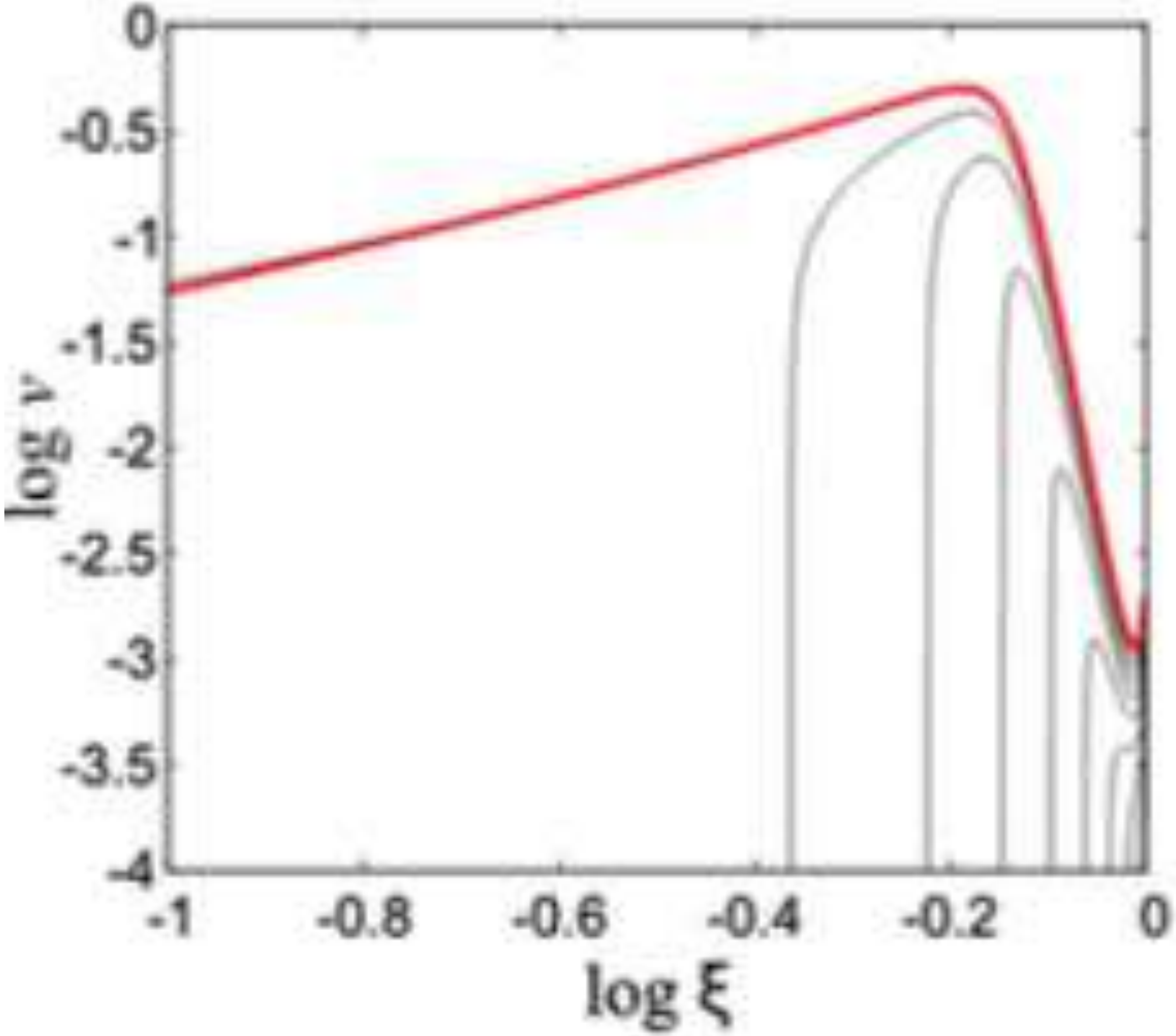
$$v_\varphi = \Omega\varpi \to c$$

ローレンツ因子の発散

flow D で加速が起こる。これもMHD flow で説明されるはず。
磁場はダイポール的 ➔加速は起きない

remind that…



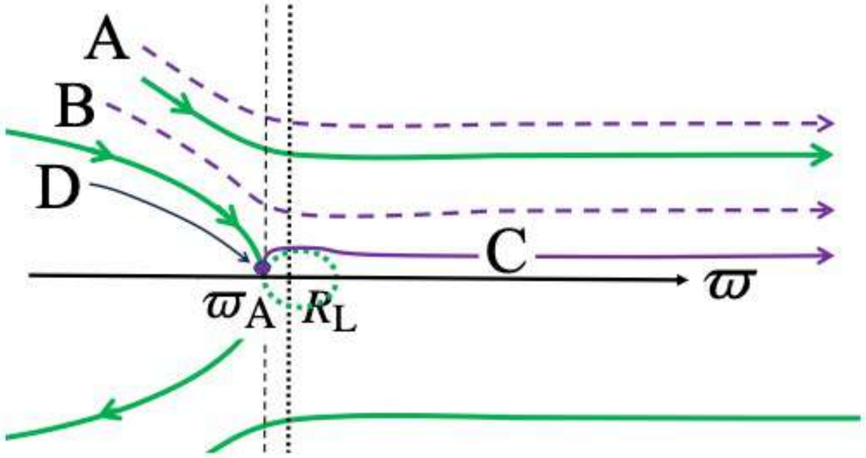


0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2.5
-3
-3.5
-4
log v
-1
-0.8
-0.6
-0.4
-0.2
0
log ξ

closed loop top で起こっていること

$$v_\varphi = \Omega\varpi \to c$$

ローレンツ因子の発散



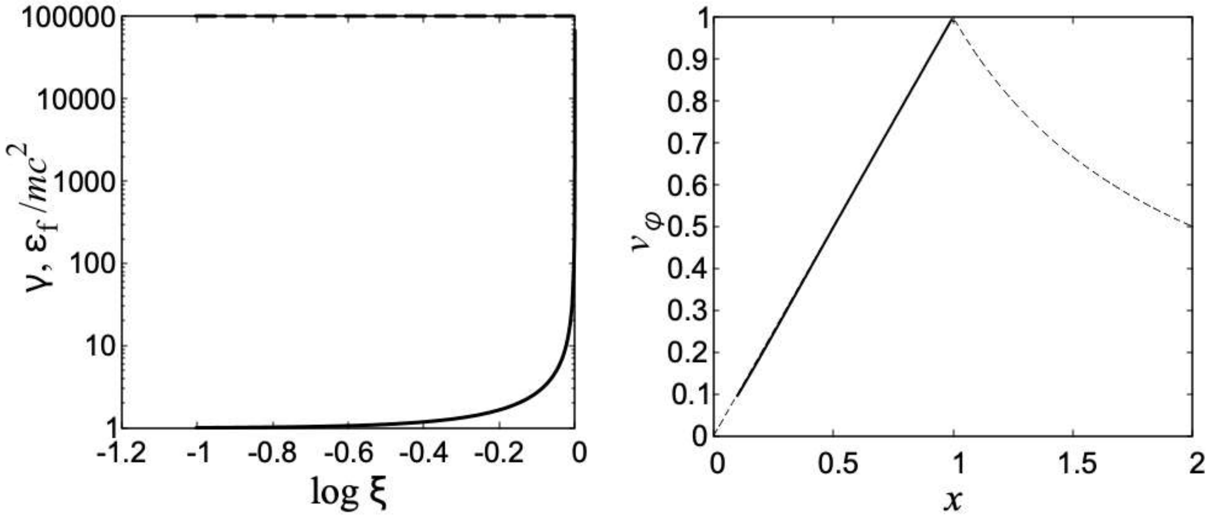
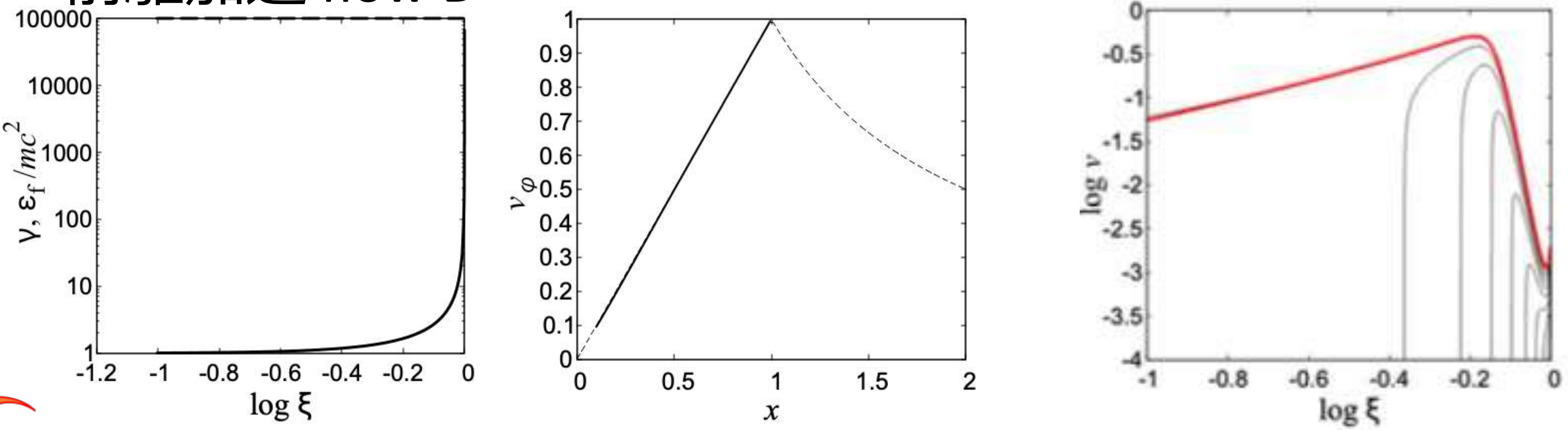


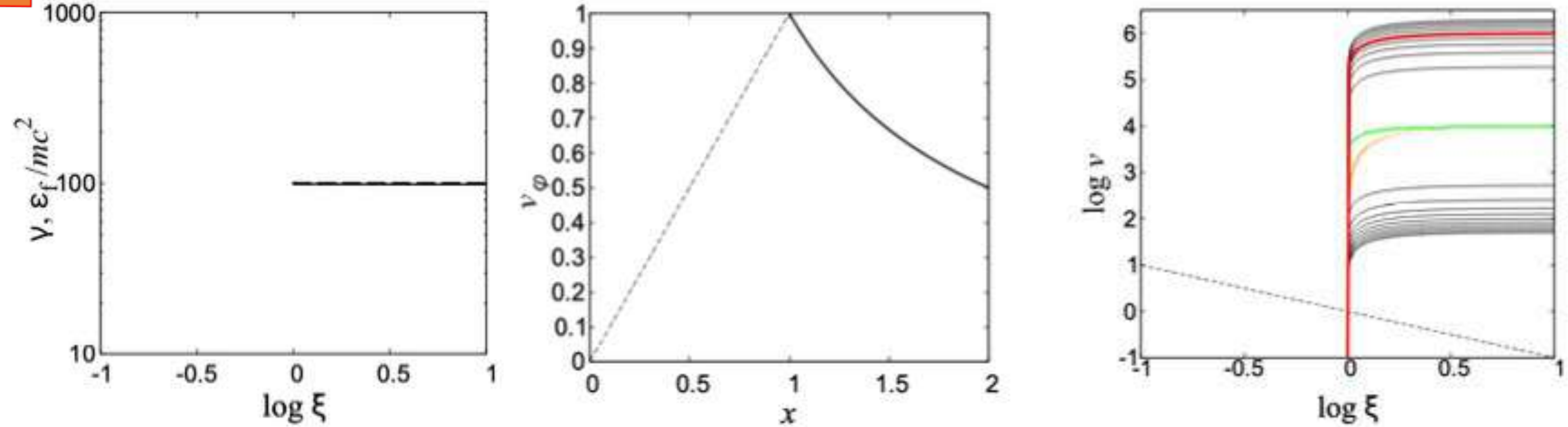
Figure 12. The Lorenz factor (solid line) and the energy of the flow (dashed line) as functions of $\log \xi$, and the azimuthal velocity as a function of x for Flow D.

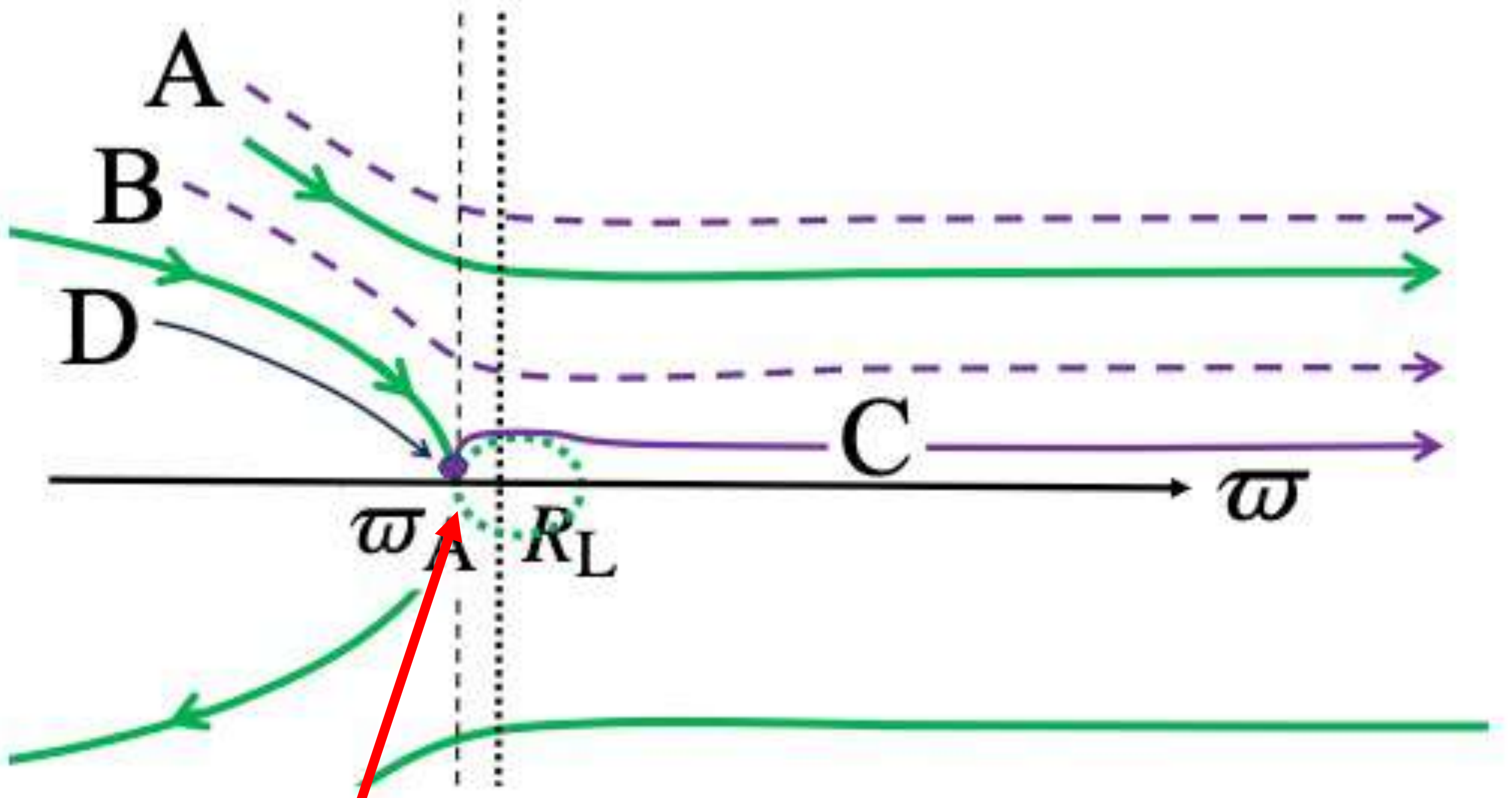
前駆加速 flow D



間欠的な
磁気
リコネクション
プラズモイド
放出

加速後の放出 flow C

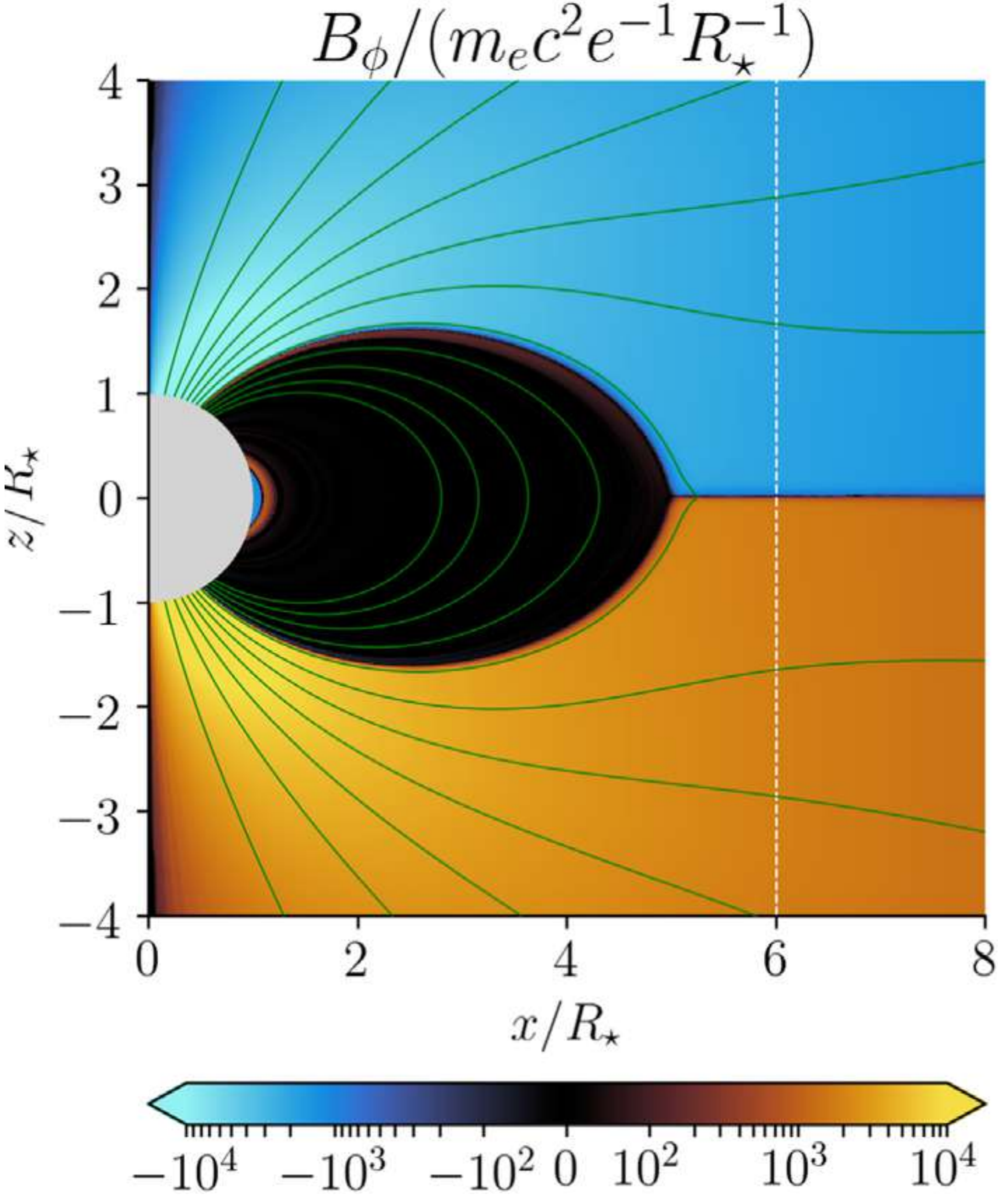




Flow D と Flow C を繋げば良い

reconnection + plasmoid emission

Hu, R. ¥& Beloborodov, A.~M.¥ 2022, ¥apj, 939, 42. doi:10.3847/1538-4357/ac961d



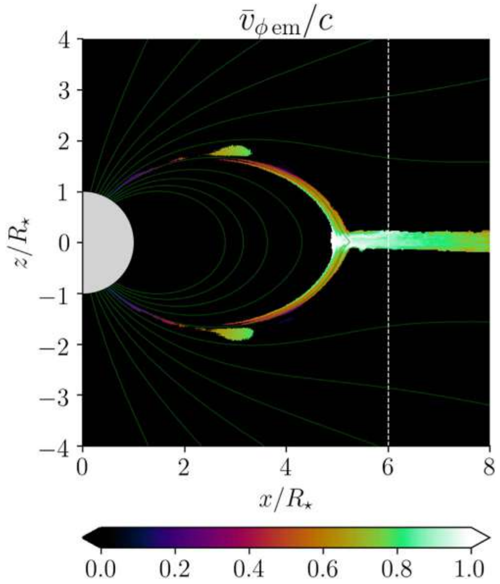


Figure 12. Average ϕ velocity of an emitted photon.

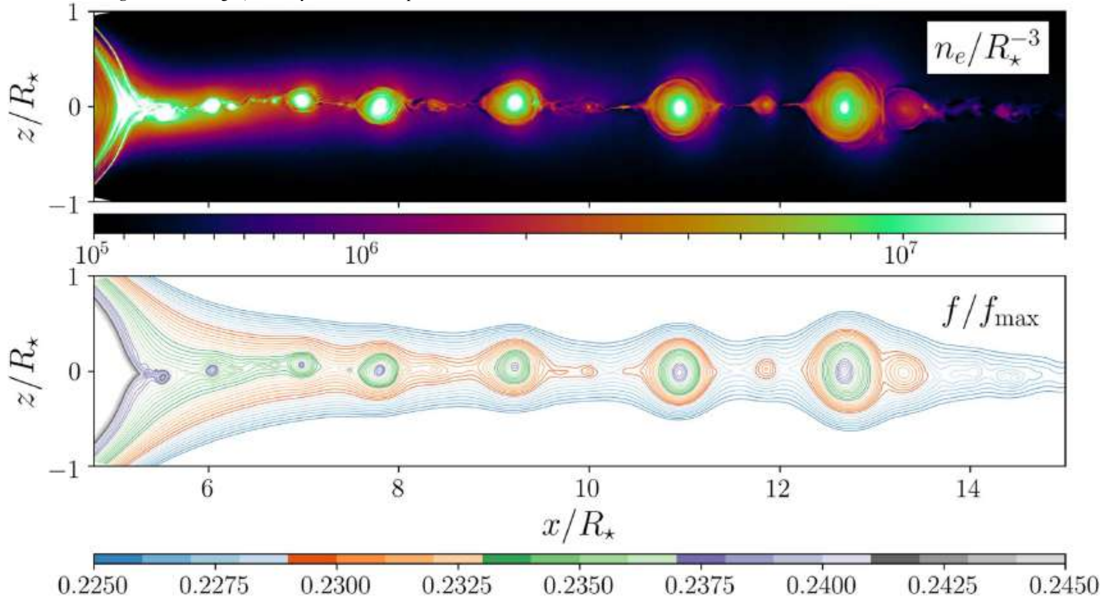


Figure 13. Plasmoids formed by magnetic reconnection in the equatorial outflow. The snapshot was taken at $t = 213.2\,R_\star/c$, at the end of the simulation. Top: electron density n_e. Bottom: contours of the normalized magnetic flux function $f/f_{\max}$.

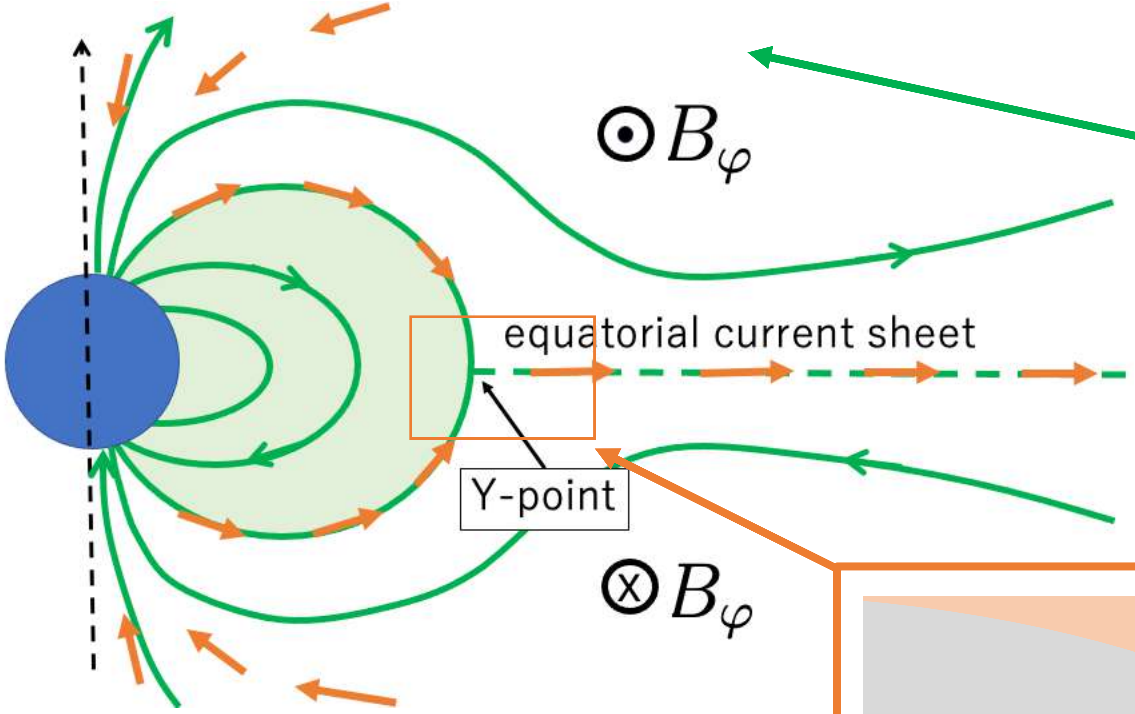
Fast critical ポイントが Alfven critical point に縮退したため、current sheet の厚さや到達するローレンツ因子がもとまらなくなった。

reconnection process による。

厚みをgyro radius ～ 慣性長で評価すれば見積もれる。

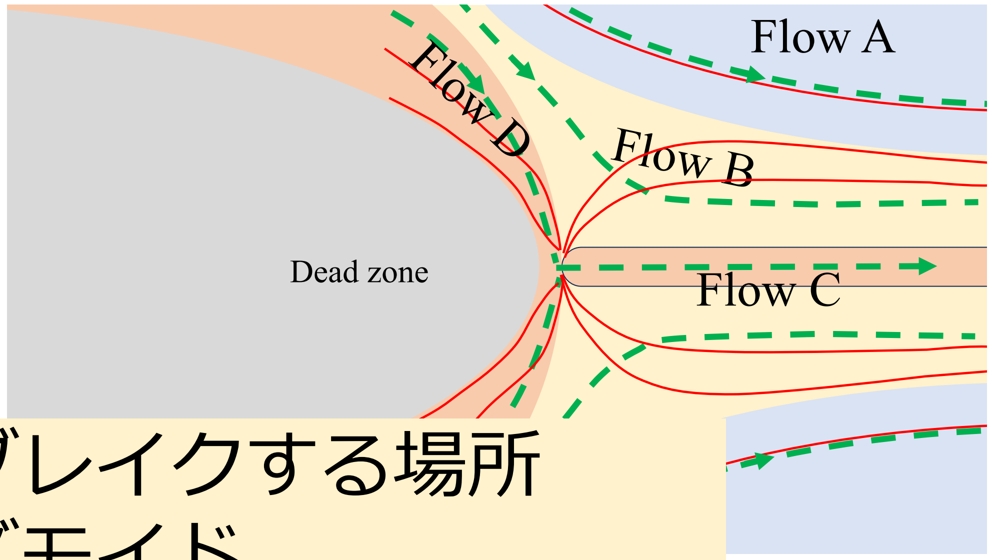
$$\gamma \approx \frac{\gamma_{\max}}{(2\mathcal{M})^{1/2}}, \ \text{and} \ \frac{\Delta}{R_{\rm L}} \approx \frac{1}{(2\mathcal{M})^{1/2}}.$$

結論: 相対論的遠心力風の構造 1　　*flow*



開いた磁場に沿った流れはPoynting energy dominant (high sigma)

赤道電流層はsuper-fast: Kinetic energy dominant (law sigma)



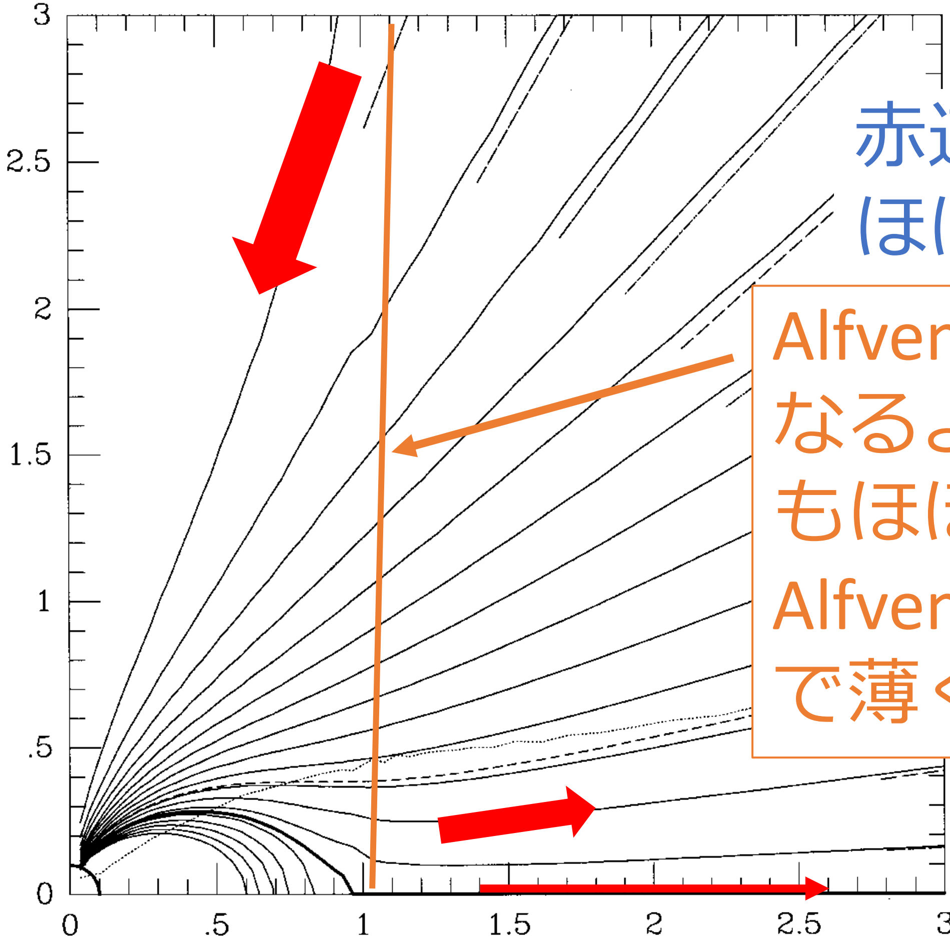
envelope (Flow B)
$j\varphi$ は十分でない
core (Flow D+C)
$j\varphi$ は磁場を開く

y-point 近傍

$$v_\varphi = \Omega\varpi \to c$$

遠心力で閉じた磁場をブレイクする場所
リコネクション+プラズモイド
ポロイダル電流を完成するのが遠心力の役割

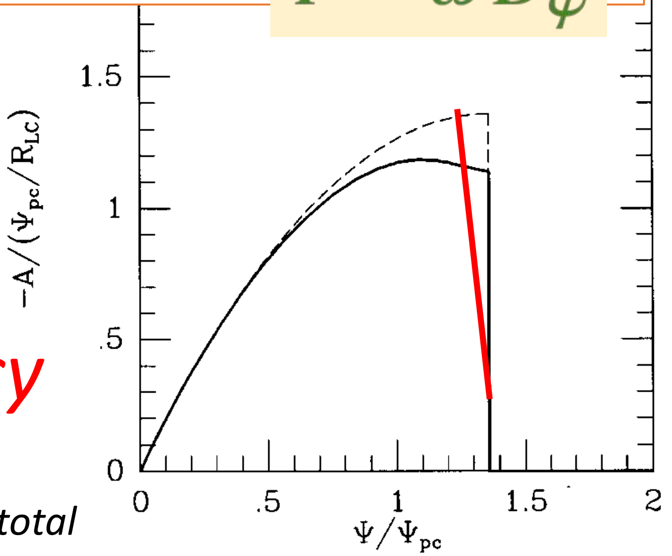
結論: 相対論的遠心力風の構造 2　　*magnetic field*



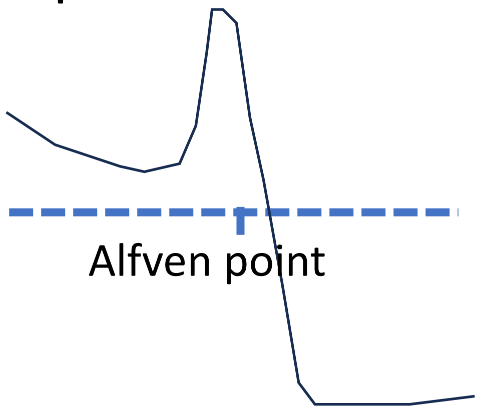
赤道電流層以外ではforce-free model はほぼ正しい

Alfven surface でregularな解になるような　current function I もほぼ正しいが。幅があるが Alfven surface で幅は慣性長まで薄くなる。

$I = \varpi B_\varphi$



$B_p \varpi^2$ は、Alfven点までは増加、Alfven点をすぎると減少する。Alfven点の直後にsufper-fast になる。



結論: 相対論的遠心力風の構造 3　*efficiency*

$$\gamma \approx \frac{\gamma_{\max}}{(2\mathcal{M})^{1/2}}, \text{ and } \frac{\Delta}{R_L} \approx \frac{1}{(2\mathcal{M})^{1/2}}.$$

$= L_{KE} / L_{total}$

今後

field-aligned eq. + trans-field eq. を連立して解くのはハードルが高すぎて誰も試みていない。

いよいよこれを実行する時がやってきた！　歴史に残る仕事になる。

GS方程式を解くパートを共同してくれる方、いませんか？

aligned equation の trans-fast flow は解けるプログラムは出てきている。